

**Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясы
Математика институту
Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университети**

Д 01.22.647 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.956

Муканбетова Айзат Темирбековна

Псевдопараболалык тендемелер үчүн чектик тескери маселелер

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана
оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын
изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек-2023

Диссертациялык иш Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчи: **Аблабеков Бактыбай Сапарбекович**, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасынын профессору

Расмий оппоненттер: **Искандаров Самандар**, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясы лабораториясынын башчысы

Эгембердиев Шайымбек Амантурович, физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент, И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетине караштуу М. Рахимова атындагы квалификацияны жогорулатуу жана кадрларды кайра даярдоо институтунун табигый-математикалык дисциплиналар кафедрасынын доценти

Жетектөөчү мекеме: Ош мамлекеттик университетинин математика жана информациялык технологиялар факультетинин маалыматтык системалар жана программалоо кафедрасы, Кыргыз Республикасы, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331.

Диссертацияны коргоо Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин алдында физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.22.647 диссертациялык кеңешинин 2023-ж. 16 июнунда, саат 14:00дө, Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек ш., Чүй пр. 265-а, 374-бөлмө дарегинде өтө турган отурумунда болот.

Коргоонун идентификатору – <https://vc1.vak.kg/b/012-ltf-b7j-lgy>

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын (720071, Бишкек шаары, Чүй проспекти 265-а) жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин (720033, Бишкек шаары, Фрунзе көчөсү 547) китепканаларынан жана УАК тын www.vak.kg сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2023-жылдын 15 июнунда таркатылган.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы,
физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент



Шаршембиева Ф. К.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Жаракалуу-тешиктүү чөйрөлөрдө суюктукту чыпкалоонун, гетерогендүү чөйрөдө жылуулук берүүнүн, топурактагы ным берүүнүн көптөгөн маселелери үчүнчү даражадагы псевдопараболикалык теңдемелер үчүн баштапкы, баштапкы чектик (түз) жана тескери маселелерди изилдөөгө алып келет.

Мисалы, жаракалуу-тешиктүү чөйрөлөрдө суюктукту чыпкалоонун кыймылынын теңдемеси төмөнкү теңдем менен сүрөттөлөт¹:

$$\beta_0(x)D_t p(x,t) - \operatorname{div}\left[\frac{k(x)}{\mu(x)} \operatorname{grad} p(x,t) + \eta(x)\beta_0(x)D_t \operatorname{grad} p(x,t)\right] = 0,$$

мында $p(x,t)$ - жаракалардагы суюктуктун басымын мүнөздөгөн изделүүчү функция; $k(x)$ - жаракалардагы өткөрүмдүүлүк коэффициенти; $\beta_0(x)$ - суюктуктун кысылуу коэффициенти; $\mu(x)$ - суюктуктун илешкектүүлүгү, $\eta(x)$ - пьезоөткөргүчтүк коэффициенти.

А.Ф. Чудновскийдин “Теплофизика почв” аттуу монографиясында кыртыштагы нымдын кыймылынын закон-ченемдүүлүктөрүн окуп үйрөнүүдө диффузиянын модификацияланган теңдемеси (Аллердин теңдемеси)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(w) \frac{\partial w}{\partial x} \right) + A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x,t)$$

каралган, мында w - нымдуулук, x - тереңдик, t - убакыт $D(w) = K \frac{\partial y}{\partial x}$ -диффузия

коэффициенти, K – нымдуулукту өткөрүмдүүлүк коэффициенти,
 y – нымдуулук потенциалы, A – вариация коэффициенти.

Аллер тарабынан киргизилген $\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ кошумча мүчөсү нымдуулук

градиентине каршы нымдуулук кыймылынын эксперименталдык далили аркылуу түшүндүрүүгө арналган.

Белгилүү бир физикалык кубулушту сүрөттөгөн ар кандай математикалык моделдин эң маанилүү мүнөздөмөсү бул математикалык моделдин корректтүү чыгарылышы жөнүндөгү маселе, б.а. изилденип жаткан моделдин алкагында чыгарылыштын бир маанилүү чыгарымдуулугу жөнүндө маселе, ошондой эле берилиштердин кичинекей (тигил же бул мааниде) өзгөрүүлөрүнө тиешелүү чыгарылыштын туруктуулугу жөнүндө маселе. Физикалык кубулуштун тандалган математикалык моделинде бул касиеттердин болушу бул моделди сүрөттөгөн физикалык кубулуштун адекваттуулугун тастыктаган эң маанилүү факты болуп саналат.

Дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелер деп түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кээ бир кошумча маалыматтардан (кайра аныктоодон) дифференциалдык теңдемелердин коэффициенттерин, оң жактарын (булак функцияларын), ошондой эле баштапкы же чектик шарттарын жана чыгарылыштарын аныктоо маселелери аталат. Мындай маселелер каралып жаткан процесстин математикалык моделинин структурасы белгилүү болгон учурларда пайда болот.

Сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселе сызыктуу деп аталат, эгерде тышкы булак функциясы, ошондой эле баштапкы же чектик шарттар изделсе. Эгерде теңдеменин бир же бир нече коэффициенттери изделсе, анда жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселе коэффициенттик тескери маселе деп

аталат. «Тескери маселе» терминин орустун көрүнүктүү математиктери М.М. Лаврентьев (1969) жана В.Г. Романов (1969) киргизишкен.

Псевдопараболалык теңдемелер үчүн Коши маселелери, локалдык, локалдык эмес жана баштапкы-чек ара маселелери Б.С.Аблабековдун (1999-2011), Д.Колтондун (1972-1980), М.Х. Шхануковдун (1982-1985) жана башкалардын эмгектеринде изилденген.

Д.Колтон өзүнүн эмгектеринде (1975-1980) тескери убакыттагы жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн корректүү эмес коюлган Коши маселесин изилдеп, псевдопараболалык теңдеме терминин киргизген.

Үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдемелер үчүн тескери маселелер Б.С. Аблабековдун (2001), А.Асановдун, Э.Р.Атамановдун (1997), Э.Р.Атаманов, М.Ш. Мамаюсуповдун (1990) монографияларында изилденген жана кененирээк маалыматтарды ушул монографиялардан табууга болот.

Диссертациянын темасынын окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүп жаткан негизги изилдөө иштери менен байланышы:

Диссертациялык жумуш Ж.Баласагын атындагы КУУнин математика жана информатика факультетинин «Колдонмо математика, информатика жагна компьютердик технологиялар» кафедрасынын илим изилдөө багыттары менен байланышта аткарылды.

Изилдөөнүн максаты жана коюлган маселелер. Диссертациянын максаты бир өлчөмдүү сызыктуу псевдопараболалык теңдемедеги чектик функцияны аныктоо тескери маселелеринин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теоремаларды далилдөө болуп саналат.

Изилдөөнүн жогорудагы максатына жетүү үчүн төмөнкү маселелер коюлду:

- үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн тиешелүү түз маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын табуу;

- үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын табуу.

- үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн түз жана тескери маселелерди жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн түз жана тескери маселелерге колдонуу.

Иштин илимий жаңылыгы. Диссертацияда алгачкы жолу:

- кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн түз маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылды;

- кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылыштарынын жашашын жана жалгыздыгын камсыздоочу шарттар аныкталды.

Алынган натыйжалардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү. Диссертациянын бардык жыйынтыктары жаңы жана теориялык мүнөзгө ээ.

Бирок дифференциалдык, интегро-дифференциалдык жана интегро-функционалдык теңдемелер үчүн тескери маселелерди изилдөөдө, физиканын, техниканын, экономиканын конкретүү түз жана тескери маселелерин чечүүдө кенири колдонулуп келээрин эске алсак, анда бул иштин натыйжаларын айрым бир колдонмо маселелерди чечүүдө колдонууга боло тургандыгы келип чыгат. Диссертацияда алынган натыйжалар жогорку тартиптеги дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясынын өнүгүшүнө салымын кошот.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору:

- Кичи параметрлүү бир өлчөмдүү псевдопараболалык теңдеме үчүн биринчи түрдөгү баштапкы-чектик маселесинин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары;
- Кичи параметрлүү псевдопараболалык теңдеме үчүн экинчи түрдөгү баштапкы-чектик маселесинин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгыны камсыз кылуучу жетиштүү шарттары;
- Кичи параметрлүү псевдопараболикалык теңдеме үчүн жарым октогу чектик маселенин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары;
- Кичи параметрлүү псевдопараболикалык теңдеме үчүн аралаш түрдөгү чектик маселенин чыгарымдуулугун камсыз кылуучу жетиштүү шарттары;
- Кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдеме үчүн биринчи түрдөгү баштапкы-чектик маселесинин чектик функциясын аныктоо тескери маселесинин чечилиши;
- Псевдопараболалык теңдеме үчүн интегралдык кайра аныктоосу менен тескери чектик маселесинин чечилиши;
- Жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн бир чектик тескери маселени чечилиши;
- Жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн чектик тескери маселенин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын аныктоо;
- Экинчи түрдөгү чектик шарттары менен тескери убакыттагы корректүү эмес коюлган жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн квазиинверсия ыкмасын колдонуу.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Диссертацияда чагылдырылган илимий жыйынтыктар авторго гана таандык. Биргелешкен иштерде маселенин коюлушу илимий жетекчи, ф.-м.и.д., профессор Б.С. Аблабековго таандык, ал эми алынган илимий жыйынтыктар изденүүчү А.Т. Муканбетовага таандык.

Диссертациянын апробациясы. Диссертациянын негизги жыйынтыктары төмөнкү семинарларда жана эл аралык илимий конференцияларда баяндалды жана талкууланды:

- «Тескери жана корректүү эмес коюлган маселелерди чечүүнүн теориясы жана сандык ыкмалары», Новосибирск, Академшаарчасы, 10-13 октябрь, 2018 жыл;
- Физика-математика илимдеринин азыркы проблемалары. V эл аралык илимий-практикалык конференция, Орел, 26-29-сентябрь, 2019ж;

- Академик А. Бөрүбаевдин 70 жылдык юбилейине арналган “Математиканын заманбап маселелери” аттуу эл аралык илимий конференция. – Бишкек: КР УИАнын математика институту, 16-18 июн, 2021-ж.;

-Физика-математика илимдеринин азыркы проблемалары. VII эл аралык илимий-практикалык конференция, Орел,18-21-ноябрь,2021ж;

- В семинарах кафедр прикладной математики, информатики и компьютерных технологий, дифференциальных уравнений Кыргызского национального университета им. Ж. Баласагына (Бишкек, 2021-2022 гг.)

-«Тескери жана корректүү эмес коюлган маселелер» семинарында (Бишкек, КМТКУ, 2018-2022), жетекчиси – физика-математика илимдеринин доктору, профессор Б.С.Аблабеков.

Диссертациянын натыйжаларынын жарыяланышы. Изилдөөлөрдүн натыйжасында изденүүчү тарабынан 11 макала [2]-[12] жана эки докладдын тезиси [1],[13] жарыкка чыгарылган. Макалалар жарык көргөн журналдардын көпчүлүгүнүн РИНЦтеги импакт фактору 0,1 ден жогору. Үч макала кыргыз тилинде жарыкка чыккан [9], [11,12].

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация кириш сөздөн, төрт главадан, 15 бөлүмдөн турган, 92 аталыштагы адабияттардын тизмесинен жана корутундулардан турат. Диссертациянын жалпы көлөмү 126 бет. Формулалардын, аныктамалардын, леммалардын жана теоремалардын номерлениши үч орундуу белгиленген, б.а. эгерде формула (1.2.1) номерине ээ болсо, анда ал биринчи главанын экинчи бөлүмүнүн 1-формуласы экендигин билдирет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө теманын актуалдуулугу, жумушка жалпы мүнөздөмө, изилдөөнүн максаты, илимий жанылыгы, практикалык балуулугу, коргоого коюлуучу негизги жоболор баяндалган.

«Адабияттарга жана диссертациянын натыйжаларына талдоолор» аталыштагы биринчи глава эки пункттан турат. 1.1. Адабияттарга сереп салуу деп аталган пунктта диссертациянын темасына жакын болгон башка авторлордун илимий жыйынтыктарына талдоо жүргүзүлгөн.

Г.И. Баренблат, Ю.П. Желтов, И.Н.Кочинанын (1960,1963), А.Г.Свешникова, М.О. Корпусова, Ю.Д.Плетнердин (2007), Р.Е. Шоуалтер, Т.Тингдин (1969,1970,1974), Д.Колтондун(1972,1979,1980) жана башкалардын эмгектери псевдопараболикалык типтеги теңдемелер үчүн Коши маселесин жана аралаш маселелерди изилдөөгө арналган. Бул эмгектерде псевдопараболикалык теңдемелер үчүн локалдык чектик маселелердин чыгарылышы боюнча суроолор изилденген. Атап айтканда, Д.Колтон (1980) атайын бир псевдопараболикалык теңдеме үчүн Риман функцияларын биринчилерден болуп тургузуп, мүнөздүү Гурса маселесинин жана биринчи баштапкы-чектик маселесинин регулярдуу чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын далилдеген.

А.Г. Свешников., М.О. Корпусов, Ю.Д.Плетнердин (2007) монографиясында псевдопараболикалык типтеги моделдик сызыктуу эмес эллиптикалык операторлорунун алдында убакыт боюнча туундуну кармаган теңдемелердин бүткүл классы үчүн чыгарылыштын бир маанилүү чечимдүүлүгү жөндөмдүүлүгүн жана чыгарылыштын бузулушу, ошондой эле убакыт боюнча глобалдык чыгарылыштын бар же жок экендиги жөнүндөгү суроолор изилденген.

Дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселелердин азыркы учурдагы теориясы орус математиктери А.Н.Тихоновдун (1943,1961, 1986), М.М.Лаврентьевдин (1980,1991) жана В.Г. Романовун (1984, 2005) эмгектеринде жаралган жана өнүктүрүлгөн. Тескери маселелер теориясынын өнүгүү тарыхы, анын азыркы абалы, кеңири библиографиясы жогорку айтылган авторлордун монографияларында берилген.

Кийинчерээк бул маселелер Ю.Е.Аниконовдун (1978, 1995), Н.Я.Безношенконун (1975,1977,1983), Ю.Я.Беловдун (1991), А.Л.Бухгеймдин (1983, 1988), С.И.Кабанихиндин (1988, 2001, 2009), А.И. Прилепконун (1992,1999), В.Г.Романовдун (2002), В.Г. Яхно (1990), Ж.Р. Кенондун (1987) жана башка бир катар авторлордун эмгектеринде изилденип, иштелип чыккан.

Бул эмгектерде экинчи тартиптеги теңдемелер үчүн тескери маселелер изилденген.

Псевдопараболалык теңдемелер үчүн Коши маселелери, локалдык жана локалдык эмес баштапкы-чек ара маселелери Б.С.Аблабековдун (2001), Д.Колтондун (1979), М.Х. Шхануковдун (1982,1983,1985) жана башкалардын эмгектеринде изилденген.

Д.Колтон (1979, 1980) өзүнүн эмгектеринде тескери убакыттагы жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн корректүү эмес коюлган Коши маселесин изилдеп, псевдопараболалык теңдеме терминин киргизген.

Үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдемелер үчүн тескери маселелер Б.С. Аблабековдун (2001), А.Асановдун, Э.Р. Атамановдун (1995,1997) , Э. Р.Атаманов, М.Ш. Мамаюсуповдун (1990) монографияларында изилденген жана кененирээк маалыматтарды ушул монографиялардан табууга болот.

Э.Р.Атаманов жана М.Ш.Мамаюсупов (1990) эмгегинде Вольтерранын интегралдык теңдемелеринин ыкмасын колдонуу менен төмөнкү бир өлчөмдүү тескери маселелерди изилдешкен:

1- маселе. $\{u(x,t), f(t)\}$ экилдик функцияларын төмөнкү шарттардан тапкыла:

$$u_t(x,t) = u_{xxt}(x,t) + u_{xx}(x,t) + q(x,t)u(x,t) + f(t), \quad 0 < x < 1, 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$u(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$u(x_0,t) = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

мында $x_0 \in (0,1)$ - берилген сан.

2- маселе. $\{u(x,t), f(x)\}$ экилдик функцияларын төмөнкү шарттардан тапкыла:

$$u_t(x,t) = u_{xxt}(x,t) + u_{xx}(x,t) + q(x,t)u(x,t) + f(x), \quad 0 < x < 1, 0 < t \leq T, \quad (5)$$

$$u(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (6)$$

$$u(0,t) = u_x(0,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (7)$$

$$u(x, T) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (8)$$

мында $T > 0$ - фиксирленген сан.

3-маселе. $\{u(x, t), q(x)\}$ экилдик функцияларын төмөнкү шарттардан тапкыла:

$$u_t(x, t) = L_q(u_t + u)(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T, \quad (9)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (10)$$

$$u(0, t) = \varphi_1(t), \quad u_x(0, t) = \varphi_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (11)$$

$$u(x, T) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (12)$$

мында $L_q \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} - q(x)$, $T > 0$ - белгиленген сан.

Берилген маселелер үчүн тиешелүү чыгарылыштын жашашы жана жалгыздыгы тууралуу теоремалар далилденген.

W.Rundell 1980- жылы төмөнкү шарттардан жуп функцияларын $f(x) \in L_2(\Omega)$,

$u(x, t) \in W_2^1(\bar{\Omega}_T) \cap W_2^2(\Omega_T)$ табуу тескери маселесинин чечилишин караган:

$$(L + I)u_t(x, t) + \eta Lu(x, t) = f(x), \quad (x, t) \in \Omega_T, \quad (13)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u(x, T) = u_1(x), \quad x \in \bar{\Omega}, \quad (14)$$

$$u(x, t) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad 0 < t < T, \quad (15)$$

мында $\eta > 0$ – турактуу сан, I – бирдик оператор,

$$\text{ал эми } Lu \equiv - \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j} + a(x)u$$

оператору экинчи тартиптеги бир калыптагы эллиптикалык оператор, б.а.

$$1) a_{ij}(x) = a_{ji}(x) \in C^1(\bar{\Omega}), \quad a(x) \in C(\bar{\Omega}),$$

$$2) \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x)u_{x_i}u_{x_j} \geq \gamma \sum_{i=1}^n |u_{x_i}|^2, \quad \forall u \in C^2(\Omega_T), \quad \gamma > 0,$$

Жарым группалар ыкмасы колдонуу менен, (13) - (15) тескери маселесинин чыгарымдуулугу жөнүндө төмөнкүдөй теорема далилденди.

1-теорема. Мейли $u_0(x), u_1(x) \in W_2^1(\bar{\Omega}) \cap W_2^2(\Omega)$. Анда каалагандай $T > 0$ үчүн (13) -(15) маселесинин чыгарылышы жашайт жана жалгыз, мындан тышкары

$$u(x, t) \in W_2^1(\bar{\Omega}_T) \cap W_2^2(\Omega_T) \quad f(x) \in L_2(\Omega).$$

А. Асанов, Э. Р. Атаманов (1995) оператордук интегро-дифференциалдык псевдопараболалык тендеме үчүн убакыттан көз каранды болгон ядросун аныктоо боюнча төмөнкү тескери маселеси иликтенген:

төмөнкү шарттардан $\{u(t), K_i(t)\} \in C^1([0, T]; D(A)) \times C([0, T])$ функцияларын табуу керек

$$u'(t) = (Au)' + \beta(Au) + \sum_{i=1}^n \int_0^t K_i(t-s) B_i u(s) ds + f(t), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

$$u(0) = u_0, \quad u_0 \in D(A), \quad (17)$$

$$\Phi_i(A - I)u = g_i(t), \quad t \in [0, T], \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (18)$$

мында $\beta > 0 - const$.

Орун алат

2-теорема. Мейли 1) $A : D(A) \subset X \rightarrow X, B_i : D(B_i) \subset X \rightarrow X$ - сызыктуу жабык операторлор; $D(A) \subset D(B_i), \quad i = 1, 2, \dots, m$,

2) $A - I$ операторунун тескери оператору жашайт, б.а. $(A - I)^{-1} \in L(X)$,

3) $f(t) \in C^1([0, T]; X), g_i(t) \in C^2[0, T], \quad i = 1, 2, \dots, m$,

4) $\Phi_i \in L(X, R), \quad i = 1, 2, \dots, m$ оператору үчүн

$$M = \begin{pmatrix} \Phi_1(B_1 u_0) & \Phi_1(B_2 u_0) & \dots & \Phi_1(B_m u_0) \\ \Phi_2(B_1 u_0) & \Phi_2(B_2 u_0) & \dots & \Phi_2(B_m u_0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_m(B_1 u_0) & \Phi_m(B_2 u_0) & \dots & \Phi_m(B_m u_0) \end{pmatrix}$$

матрицасынын аныктагычы нөлдөн айырмалуу. Анда $T' \in (0, T]$ саны табылып, (16)- (18) тескери маселесинин $\{u(t), K_1(t), K_2(t), \dots, K_m(t)\}$ жалгыз чышгарылышы $C^1([0, T']; D(A)) \times C_m[0, T']$ мейкиндигинде жашайт.

Мындан тышкары үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн ар түрдүү тескери маселелер Б.С.Аблабековдун (2001) монографиясында изилденген. Бул эмгекте негизинен Галеркиндин ыкмасы, Вольтерранын интегралдык теңдемелер ыкмасы, Римандын функциясы ыкмасы, жүктөлгөн теңдемелер ыкмасы (метод нагруженных уравнений) жана банахтын мейкиндиктеринин шкаласынын аппараттары колдонулган.

Эми биз псевдопараболалык теңдеме үчүн буга чейин изилденген чектик тескери маселелерге токтололу. Соболев тибиндеги теңдемеге келсек, атап айтканда псевдопараболикалык теңдеме үчүн мындай маселелер аз изилденген.

А.И.Кожанов (2004, 2016) өзүнүн эмгегинде төмөнкү чектик маселелерди изилдеген.

1-тескери маселе. $u(x, t)$ жана $q(t)$ функцияларын табуу керек, эгерде

$$\frac{\partial}{\partial t} [u - \Delta u] + \alpha \Delta u = f(x, t), \quad x \in \Omega, \quad 0 < t \leq T, \quad (19)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad x \in \Omega, \quad (20)$$

$$u(x, t) = q(t)h(x), \quad (x, t) \in S, \quad (21)$$

$$\int_{\Omega} N(x)u(x, t)dx = 0, \quad 0 < t < T. \quad (22)$$

Мында $\Delta - (x_1, x_2, \dots, x_n)$ өзгөрмөлөрү боюнча Лапласын оператору, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ мейкиндигинде чектелген область, $S = \partial\Omega \times (0, T]$ $\Omega_T = \Omega \times (0, T]$ областынын каптал границасы, α - чыныгы берилген сан, $f(x, t), N(x), h(x)$ - Ω_T жана Ω областарында аныкталган белгилүү функциялар.

X_1 сызыктуу мейкиндигин аныктайлы:

$$X_1 = \{ \mathcal{G}(x, t) : \mathcal{G}(x, t) \in L_\infty(0, T; W_2^2(\Omega)), \mathcal{G}_t(x, t) \in L_2(0, T; W_2^2(\Omega)) \},$$

ал эми тиешелүү норма төмөнкүчө берилсин:

$$\| \mathcal{G} \|_{X_1} = \left(\| \mathcal{G} \|_{L_\infty(0, T; W_2^2(\Omega))}^2 + \| \mathcal{G}_t \|_{L_2(0, T; W_2^2(\Omega))}^2 \right)^{1/2}.$$

Мейли $h_1(x)$ функциясын төмөнкү маселенин чыгарылышы катары аныктайлы:

$$\Delta h_1(x) - h_1(x) = 0, x \in \Omega, h_1(x) = h(x), x \in \partial\Omega.$$

Ал эми $h_2(x)$ функциясын төмөнкү маселенин чыгарылышы катары аныктайлы:

$$\Delta h_2(x) - h_2(x) = 0, x \in \Omega, \frac{\partial h_2(x)}{\partial \nu} + \sigma(x)h_2(x) = 0, x \in \partial\Omega.$$

Мейли $\{w_{2k}(x)\}_{k=1}^\infty$ төмөнкү маселенин

$$\Delta w(x) = \lambda w(x), x \in \Omega, \frac{\partial w(x)}{\partial \nu} + \sigma(x)w = 0, x \in \partial\Omega$$

маселесинин $L_2(\Omega)$ нормаланган мейкиндигиндеги өздүк функциялар системасы, ал эми $\lambda_{2k}, k = 1, 2, \dots$, тиешелүү өздүк маанилери болсун.

3-теорема. Мейли $N(x) \in C(\bar{\Omega})$, $h(x) \in W_2^2(\Omega)$, $f(x, t) \in L_2(\Omega_T)$ шарттары аткарылсын жана $N_1 \neq 0$, $\sum_{k=1}^\infty \gamma_{1k} b_{1k} e^{-\beta_{1k} T}$ сандык катары абсолюттук жыйналсын. Анда (19)-(22) тескери маселесинин чыгарылышы $\{u(x, t), q(t)\}$ жашайт жана $u(x, t) \in X$, $q(t) \in W_2^1([0, T])$.

Мында

$$N_1 = \int_{\Omega} N(x) w_{1k}(x) dx, b_{1k} = \int_{\Omega} N(x) h_1(x) dx,$$

$$\gamma_{1k} = \frac{\alpha \lambda_{1k} a_{1k}}{1 - \lambda_{1k}}, \beta_{1k} = \frac{\alpha \lambda_{1k}}{1 - \lambda_{1k}}.$$

2-тескери маселе. $u(x, t)$ жана $q(t)$ функцияларын табуу керек, эгерде $u(x, t)$ функциясы үчүн (19), (20), (22) жана

$$\frac{u(x, t)}{\partial \nu} + \sigma(x)u = q(t)h(x), (x, t) \in S \quad (23)$$

шарттары аткарылса, мында $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ - ички нормалдын вектору $x \in \partial\Omega$ ке карата, $\sigma(x) - x \in \partial\Omega$ да аныкталган белгилүү функция.

4-теорема. Мейли $N(x) \in C(\bar{\Omega})$, $h(x) \in W_2^2(\Omega)$, $\sigma(x) \in C(\partial\Omega)$, $\sigma(x) \leq 0$ при $x \in \partial\Omega$, $f(x, t) \in L_2(\Omega_T)$ шарттары аткарылсын жана $N_1 \neq 0$, $\sum_{k=1}^{\infty} \gamma_{2k} b_{2k} e^{-\beta_{2k} T}$ сандык катары абсолюттук жыйналысын. Анда (19), (20), (22), (23) тескери маселесинин чыгарылышы $\{u(x, t), q(t)\}$ жашайт жана $u(x, t) \in X$, $q(t) \in W_2^1([0, T])$.

Мында

$$N_2 = \int_{\Omega} N(x) w_{2k}(x) dx, \quad a_{2k} = \int_{\Omega} N(x) \Delta h_2(x) dx, \quad b_{2k} = \int_{\Omega} N(x) w_{2k}(x) dx,$$

$$\gamma_{2k} = \frac{\alpha \lambda_{2k} a_{2k}}{1 - \lambda_{2k}}, \quad \beta_{2k} = \frac{\alpha \lambda_{2k}}{1 - \lambda_{2k}}.$$

Диссертациянын жыйынтыктарынын топтому» деп аталган экинчи пунктта диссертациянын илимий жыйынтыктарынын кеңири талдоосу келтирилген.

1.2. Диссертациянын кыскача мазмуну боюнча маалыматтар

Киришүүдө изилденүүчү теманын актуалдуулугу негизделет, иштин максаты формулировкаланат жана изилденип жаткан тема боюнча адабияттарга сереп салынат.

Биринчи глава 2 бөлүмдөн турат. 1.1-бөлүм диссертацияга байланышкан адабияттарга кыскача серептер берилет.

Мындан тышкары бул бөлүмдө биз бир өлчөмдүү псевдопараболалык теңдеме үчүн Коши маселеси боюнча жыйынтыктарды, ошондой эле диссертацияда колдонула турган кээ бир маалыматтарды беребиз.

1.2-бөлүмдө диссертациянын кыскача мазмуну келтирилген.

«ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ» аттуу главада изилдөөнүн объектиси жана предмети келтирилген жана эки бөлүмдөн турат. 2.1-бөлүм «Изилдөөнүн объектилери жана предметтери» деп аталып, анда изилдөөнүн объектилери, предмети келтирилген:

Изилдөө объектиси – кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык дифференциалдык теңдеме үчүн чектик тескери маселелер.

Изилдөөнүн предмети – кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык дифференциалдык теңдеме үчүн чектик тескери маселелердин чыгарымдуулугун камсыз кылуучу жетиштүү шарттарды табуу.

Үчүнчү глава төрт бөлүмдөн турат жана псевдопараболалык теңдемелердин бир катар түз (баштапкы жана баштапкы-чектик) маселелерин карайт. Бул главанын негизги жыйынтыгы каралып жаткан маселелердин туура коюлгандыгынын далили болуп саналат, бул тескери маселелерди изилдөөдө маанилүү.

3.1 бөлүмүндө биринчи түрдөгү баштапкы-чектик маселе каралган. Төмөнкү шарттардан белгилүү функциялар боюнча $u(x, t) \in C^{(2,1)}(\Pi_T) \cap C(\bar{\Pi}_T)$ функциясын табуу маселесин карап көрөлү:

$$u_t - \varepsilon^2 u_{xx} - u_{xx} = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad 0 < x < 1, \quad (24)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (25)$$

$$u(0, t) = \varphi(t), \quad u(1, t) = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (26)$$

мында $\varepsilon > 0$ - кичи параметр, $u_0(x)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$ - берилген функциялар.

Берилген функциялар үчүн төмөнкү жылмакай шарттар жана макулдашуу шарттары аткарылсын:

$$u_0(x) \in C^2[0,1], \varphi(t), \psi(t) \in C^1[0,T], \quad (27)$$

$$u_0(0) = \varphi(0) = 0, \quad u_0(1) = \psi(0) = 0. \quad (28)$$

Жаңы

$$u_\varepsilon(x,t) = v_\varepsilon(x,t) + w(x,t), \quad (29)$$

өзгөртүү киргизебиз, мында $v_\varepsilon(x,t)$ - жаңы белгисиз функция, ал эми

$$w(x,t) = \varphi(t) + x(\psi(t) - \varphi(t)),$$

Анда (27) -(29) маселесин төмөнкү маселеге келтиребиз:

$$\frac{\partial v_\varepsilon}{\partial t} - \varepsilon^2 \frac{\partial^3 v_\varepsilon}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial^2 v_\varepsilon}{\partial x^2} = (1-x)\varphi'(t) - x\psi'(t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \quad (30)$$

$$v_\varepsilon(x,0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (31)$$

$$v_\varepsilon(0,t) = 0, \quad v_\varepsilon(1,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (32)$$

Жогорудагы ой жүгүртүүдөн келип чыгат (24) -(26) маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ экендигин далилдөө үчүн (30)- (32) баштапкы чектик маселени бир маанилүү чыгарылышка ээ экендигин жөнүндөгү теореманы далилдөө жетиштүү.

5-теорема. Мейли берилген функциялар (27), (28) шарттарын канааттандырсын. Анда каалагандай $\varepsilon > 0$ үчүн (29) - (31) маселесинин чыгарылышы $\exists!$ жана аны төмөнкү түрдө көрсөтүүгө болот

$$\begin{aligned} v_\varepsilon(x,t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{(n\pi)^2}{1+(\varepsilon n\pi)^2}t\right) u_{0n} \sin(n\pi x) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(1+(\varepsilon n\pi)^2)(n\pi)} \left(((-1)^n \psi(t) - \varphi(t)) \right) \sin(n\pi x) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n\pi)}{(1+(\varepsilon n\pi)^2)^2} \int_0^t \exp\left(-\frac{(n\pi)^2}{1+(\varepsilon n\pi)^2}(t-\tau)\right) [(-1)^n \psi(\tau) - \varphi(\tau)] d\tau \sin(n\pi x), \end{aligned} \quad (33)$$

мында

$$u_{0n} = 2 \int_0^1 u_0(x) \sin(n\pi x) dx. \quad (34)$$

3.2 бөлүмүндө кичи параметрди кармаган экинчи түрдөгү баштапкы-чектик маселе каралган:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (x,t) \in \Omega_T, \quad (35)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (36)$$

$$\left(\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) (0,t) = \varphi(t), \quad \left(\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) (l,t) = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (37)$$

Мында $\alpha > 0$ – кичи параметр.

6-теорема. Мейли $u_0(x) \in C^2[0,l], \varphi(t) \in C^1[0,T], \psi(t) \in C^1[0,T]$, мындан тышкары төмөнкү макулдашылган шарттар аткарылсын $u_0(0) = \mu(0), \quad u_0'(0) = \varphi(0), \quad u_0'(l) = \psi(0)$. Анда (35) -(37) маселесинин чыгарылышы $\exists!$.

3.3 бөлүмүндө кичи параметрлүү псевдопараболалык теңдеме үчүн жарым октогу баштапкы-чектик маселе изилденген.

Биз Q_T^+ аймагында псевдопараболикалык теңдеме үчүн баштапкы-чектик маселени карап көрөлү

$$Lu(x,t) \equiv u_t(x,t) - \alpha^2 u_{xx}(x,t) - u_{xx}(x,t) = f(x,t), \quad (x,t) \in Q_T^+, \quad (38)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in [0, +\infty), \quad (39)$$

$$u(0,t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (40)$$

мында $\alpha > 0$ – кичи параметр.

(38) - (40) маселеси – параболалык теңдеме үчүн жарым октогу баштапкы-чектик маселенин сингулярдык козголушу

$$\begin{cases} \mathcal{G}_t(x,t) - \mathcal{G}_{xx}(x,t) = f(x,t), & (x,t) \in Q_T^+, \\ \mathcal{G}(x,0) = u_0(x), & x \in [0, +\infty), \\ \mathcal{G}(0,t) = h(t), & 0 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (41)$$

1-аныктама. Эгерде $u(x,t) \in C_{M_\gamma}^{(2,1)}(Q_T^+)$ функциясы (38) теңдемесин, (39) баштапкы шарттын жана (40) чектик шарттын канааттандырса, анда $u(x,t)$ функциясы (38) - (40) маселесинин классикалык чыгарылышы деп аталат.

7-теорема. Эгерде $\gamma < T - \alpha$ үчүн $u_0(x) \in C_{M_\gamma}^2[0, +\infty)$, $f(x,t) \in C_{M_\gamma}^{(1,0)}(\bar{Q}_T^+)$, $h(t) \in C^1[0, T]$ жана $f(0,t) = 0$, $u_0(0) = h(0) = 0$ болсо, анда Q_T^+ аймагында $C_{M_\gamma}^{(2,1)}(Q_T^+)$ ге таандык болгон (38) - (40) маселесинин классикалык чыгарылышы $\exists!$. Бул чыгарылыш төмөндөгүдөй түргө ээ:

$$\begin{aligned} u(x,t) = & \int_0^\infty [G(x-s,t) - G(x+s,t)] u_0(s) ds + e^{-\frac{x}{\alpha}} h(t) + \\ & + \frac{2}{\pi} \int_0^t h(\tau) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\xi^2}{1+\alpha^2\xi^2}(t-\tau)\right) \frac{\xi \sin \xi x}{(1+\alpha^2\xi^2)^2} d\xi d\tau + \\ & + \int_0^t \int_0^\infty [G_\alpha(x-s,t-\tau) - G_\alpha(x+s,t-\tau)] f(s,\tau) ds d\tau. \end{aligned} \quad (42)$$

Мында

$$G(x,t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\xi^2}{1+\alpha^2\xi^2}t\right) \cos \xi x d\xi, \quad (43)$$

$$G_\alpha(x,t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\xi^2}{1+\alpha^2\xi^2}t\right) \frac{\cos \xi x}{(1+\alpha^2\xi^2)} d\xi. \quad (44)$$

3.4 бөлүмүндө кичи параметрлүү псевдопараболалык теңдеме үчүн аралаш түрдөгү чектик маселенин чыгарымдуулугу жөнүндө маселе изилденген.

Биз D_T областында кичи параметрлүү псевдопараболалык теңдеме үчүн аралаш баштапкы-чектик маселени карайлы

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (x,t) \in D_T, \quad (45)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (46)$$

$$u(0, t) = \varphi(t), \quad \left(\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) (\pi, t) = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (47)$$

Мында $\alpha > 0$ — кичи параметр.

(45) теңдемеси ε кичинекей параметрин кармагандыктан, (45) - (47) маселенин чыгарылышы ушул параметрден көз каранды жана мындан ары аны $u_\varepsilon(x, t)$ менен белгилейбиз.

(45)-(47) маселеси - параболалык теңдеме үчүн аралаш түрдөгү баштапкы чектик маселенин сингулярдык козголушу болот:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad (x, t) \in \Omega_T, \quad (48)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (49)$$

$$u(0, t) = \varphi(t), \quad \frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = \psi(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (50)$$

8-теорема. Мейли $u_0(x) \in C^2[0, l]$, $\varphi(t) \in C^1[0, T]$, $\psi(t) \in C^1[0, T]$, мындан тышкары $u_0(0) = \varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = 0$, $u_0'(\pi) = \psi(0) = 0$, $\psi(0) = 0$ макулдашуу шарттары аткарылсын. Анда (48)-(50) маселесинин чыгарылышы $\exists!$ жана

$$u_\varepsilon(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_{0n} \exp\left(-\frac{\lambda_n^2}{1 + \varepsilon \lambda_n^2} t\right) \sin \lambda_n x + \\ + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \varepsilon \lambda_n^2} \int_0^t \exp\left(-\frac{\lambda_n^2}{1 + \varepsilon \lambda_n^2} (t - \tau)\right) \varphi(\tau) d\tau \sin \lambda_n x$$

түрүнө ээ. Мында $\lambda_n = \left(\frac{2n-1}{2}\right)^2$.

Төртүнчү главада ар кандай чектик тескери маселелер, б.а. чек ара шартына кирген функция белгисиз болгон учурда псевдопараболалык теңдеменин чыгарылышын табуу маселеси изилденет. Мындай маселени башкаруу маселеси катары чечмелөөгө болот, мында чыгарылыш менен бирге бардык убакыт $t \in [0, T]$ боюнча чек ара шарттарынын бирин табуу талап кылынат. Мындан тышкары, жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн чектик тескери маселелерге жана псевдопараболалык теңдеменин бир маселеге колдонулушуна арналган.

4.1 бөлүмүндө псевдопараболалык теңдеме үчүн тескери чектик маселенин бир маанилүү чечимдүүлүгү жөнүндө маселе изилденген.

Псевдопараболалык теңдеме үчүн жуп $\{u(x, t), f(t)\}$ функцияларынын аныктоо тескери маселесин карап көрөлү:

$$u_t(x, t) = \varepsilon^2 u_{xx}(x, t) + u_{xx}(x, t), \quad (x, t) \in D_T, \quad (51)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (52)$$

$$u(0, t) = \varphi(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad u(\pi, t) = f(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (53)$$

$$u(x_0, t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (54)$$

мында $u_0(x)$, $\varphi(t)$, $h(t)$ — берилген функциялар, ал эми x_0 — берилген сан, $\varepsilon > 0$ — кичи параметр.

Мындан ары, (51) теңдемеси (кийинки бөлүмдөгү теңдемелер дагы) ε параметрин кармагандыктан, (51) – (54) тескери маселесинин чыгарылышы дагы ушул параметрден көз каранды. Демек, тескери маселенин чыгарылышын дагы тиешелүү түрдө $u_\varepsilon(x, t)$ жана $f_\varepsilon(t)$ деп белгилейбиз.

2-аныктама. Эгерде $u_\varepsilon(x, t) \in C^{(2,1)}(D_T) \cap C(\bar{D}_T)$ жана $f_\varepsilon(t) \in C^1_0[0, T]$ функциялары (51) – (54) барабардыктарын классикалык мааниде канааттандырса, анда $u_\varepsilon(x, t)$ жана $f_\varepsilon(t)$ функциялары (51) - (54) тескери маселенин чыгарылышы деп аталат.

9-теорема. Мейли $u_0(x) \in C^3[0, \pi]$, $\varphi(t) \in C^1[0, T]$ $h(t) \in C^1([0, T])$ жана макулдашуу шарттары $u_0(0) = \varphi(0) = 0$, $u_0(\pi) = 0$, $u_0''(0) = 0$, $u_0''(\pi) = 0$, $u_0(x_0) = h(0)$ аткарылсын. Анда каалаган $\varepsilon > 0$ үчүн (51) -(54) тескери маселесинин чыгарылышы $\exists!$.

4.2 бөлүмүндө псевдопараболалык теңдеме үчүн интегралдык кайра аныктоосу менен тескери чектик маселеси каралган.

Биз D_T аймагында биз кичи параметри бар бир өлчөмдүү псевдопараболалык теңдеме үчүн биринчи баштапкы-чектик маселесин карайбыз:

$$u_t(x, t) = \varepsilon^2 u_{xx}(x, t) + u_{xx}(x, t), \quad (x, t) \in D_T, \quad (55)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (56)$$

$$u(0, t) = \varphi(t), \quad u(\pi, t) = f(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (57)$$

мында $\varepsilon > 0$ – кичи параметр.

Тескери маселени карайлы. Мейли (55) - (57) баштапкы-чектик маселесинде $u_0(x)$, $\varphi(t)$ функциялары берилсин, ал эми $f(t)$ – белгисиз функция болсун. $f(t)$ функциясын аныктоо талап кылынсын, эгерде

$$\int_0^\pi u(x, t) dx = h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (58)$$

мында $h(t)$ – берилген функция,

(58) шарты **интегралдык кайра аныктоо шарты** деп аталат.

3-аныктама. Эгерде $u_\varepsilon(x, t) \in C^{(2,1)}(D_T) \cap C(\bar{D}_T)$ жана $f_\varepsilon(t) \in C^1_0[0, T]$ функциялары (55) - (58) барабардыктарын классикалык мааниде канааттандырса., анда $u_\varepsilon(x, t)$ жана $f_\varepsilon(t)$ функциялары (55) - (58) тескери маселенин чыгарылышы деп аталат.

10-теорема. Мейли $u_0(x) \in C^{(3)}([0, \pi])$, $\varphi(t) \in C^1([0, T])$, $h(t) \in C([0, T])$ жана төмөнкү макулдашуу шарттары аткарылсын:

$$u_0(0) = \varphi(0) = 0, u_0(\pi) = f(0) = 0, u_0''(0) = u_0''(\pi) = 0, \int_0^\pi u_0(x) dx = h(0).$$

Анда каалагандай $\varepsilon > 0$ саны учун (55) -(58) тескери маселесинин $\exists!$.

4.3 -чү бөлүмдө интервалдын оң жагында берилген функцияны аныктоо тескери маселесинин бир маанилүү чечимдүүлүгү жөнүндө маселе изилденди.

Биз Ω_T аймагында псевдопараболалык теңдеме үчүн төмөнкү шарттардан $u(x, t)$ жана $f(t)$ экилдик функцияларынын табуу тескери маселени карап көрөлү:

$$u_t(x, t) = \varepsilon u_{xt}(x, t) + u_{xx}(x, t), \quad (x, t) \in D_T, \quad (59)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (60)$$

$$(\varepsilon u_{xt} + u_x)(0, t) = \varphi(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (\varepsilon u_{xt} + u_x)(\pi, t) = f(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (61)$$

$$u(0,t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (62)$$

мында $\varepsilon > 0$ – кичи параметр, $u_0(x)$, $\varphi(t)$, $h(t)$ – берилген функциялар.

4-аныктама. Эгерде $u_\varepsilon(x,t) \in C^{(2,1)}(D_T) \cap C(\bar{D}_T)$, $f_\varepsilon(t) \in C_0^1[0,T]$ жуп функциялары классикалык мааниде (59) - (62) барабардыктарын канааттандырса, анда $u_\varepsilon(x,t)$ жана $f_\varepsilon(t)$ функциялары (58) - (61) тескери маселенин чыгарылышы деп аталат.

Эскертүү. Эгерде $u_0'(0) = \varphi(0) = 0$, $u_0'(\pi) = f_\varepsilon(0) = 0$ макулдашуу шарттары аткарылганда, анда (61) чектик шарттарын төмөнкү формада кайра жазууга болот:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \mu_1(t), \quad \frac{\partial u}{\partial x}(l,t) = \mu_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (63)$$

мында

$$\mu_1(t) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t e^{-\frac{1}{\varepsilon}(t-\tau)} \varphi(\tau) d\tau, \quad \mu_2(t) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t e^{-\frac{1}{\varepsilon}(t-\tau)} f_\varepsilon(\tau) d\tau.$$

Орун алат

11-теорема. Мейли $u_0(x) \in C^{(3)}([0,\pi])$, $\varphi(t) \in C^1([0,T])$, $h(t) \in C^1([0,T])$ жана макулдашуу шарттары орун алсын $u_0'(0) = \varphi(0) = 0$, $u_0'(\pi) = f_\varepsilon(0) = 0$, $u_0(0) = h(0)$, мындан тышкары $u_0''(0) = u_0''(\pi) = 0$. Анда каалагандай $\varepsilon > 0$ саны үчүн (59) -(62) тескери маселесинин $\exists!$.

4.4- чү бөлүмдө төмөнкү тескери маселени карайлы: Q_T^+ областында теңдемени жана шарттарды канаттандырган

$$Lu(x,t) \equiv u_t(x,t) - \alpha^2 u_{xx}(x,t) - u_{xx}(x,t) = g(x,t), \quad (x,t) \in Q_T^+, \quad (64)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in [0,+\infty), \quad (65)$$

$$u(0,t) = f(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (66)$$

$$u_x(0,t) = \varphi(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (67)$$

$u(x,t) \in C_{M_\gamma}^{(2,1)}(Q_T^+) \cap C(\bar{Q}_T^+)$ жана $f(t) \in C_0^1([0,T])$ экилдик функцияларын табуу керек, мында $\alpha > 0$ – кичи параметр.

5-аныктама. Эгерде $u(x,t) \in C_{M_\gamma}^{(2,1)}(Q_T^+) \cap C(\bar{Q}_T^+)$, $f(t) \in C_0^1[0,T]$ жуп функциялары классикалык мааниде (63)-(66) катнаштарын канааттандырса, анда $u(x,t)$ жана $f(t)$ функциялары (64)-(67) тескери маселесинин чыгарылышы деп аталат.

12-теорема. Мейли $u_0(x) \in C_{M_\gamma}^2[0,+\infty)$, $g(x,t) \in C_{M_\gamma}^{(1,0)}(\bar{Q}_T^+)$, $\varphi(t) \in C^1([0,T])$ жана $g(0,t) = 0$, $u_0(0) = 0$, $u_0'(0) = \varphi(0) = 0$ макулдашуу шарттары аткарылсын. Анда $\gamma < 1 - T$ болгондо (64)-(67) тескери маселесинин чыгарылышы $\exists!$.

4.5 - чи бөлүмдө төмөнкү чектик тескери маселени карайлы: мейли $u(x,t)$ функциясы баштапкы -чектик маселени канааттандырсын

$$u_t = u_{xx}, \quad (x,t) \in P_T, \quad (68)$$

$$u(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (69)$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = \varphi(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (70)$$

Айталы, $\varphi(t)$ функциясы белгисиз жана (68)- (70) маселесинин чыгарылышы жөнүндө төмөнкүдөй кошумча маалымат белгилүү болсо

$$u_x(0,t)=h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (71)$$

$\varphi(t)$ функциясын аныктоо талап кылынсын,

мында $h(t)$ – берилген функция. (68)- (70) чектик тескери маселесин Вольтерранын 1- түрдөгү интегралдык теңдемесине алып келүү жолу менен жана А.М.Денисовдун ыкмасын пайдаланып жакындаштырылган чыгарылышы алынган.

4.6 - чи бөлүмдө төмөнкү чектик тескери маселени карайбыз: D_T аймагында төмөнкү теңдемени

$$u_t - u_{xx} = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad 0 < x < \pi, \quad (72)$$

баштапкы шартын

$$u(x,0) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (73)$$

чектик шарттарды

$$u(0,t) = \varphi(t), \quad u_x(\pi,t) = f(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (74)$$

канааттандыруучу $u(x,t)$ функциясын табуу баштапкы-чектик маселени карайлы.

Тескери маселени коёлу: мейли (72) - (74) баштапкы-чектик маселесинде $u_0(x), \varphi(t)$ функциялары берилген, ал эми $f(t)$ белгисиз болсун. $f(t)$ функциясын аныктоо талап кылынсын, эгерде

$$u(x_0,t) = h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (75)$$

мында $h(t)$ – берилген функция, ал эми $x_0 \in (0,\pi)$ – берилген сан.

Бул тескери маселенин бир маанилүү чыгарымдуулугу жөнүндө теорема далилденди.

4.7-бөлүмдө тескери убакыттагы Коши маселесинин бир маанилүү чыгарымдуулугу жана шарттуу туруктуулугу изилденген.

Π_T тик бурчтугунда төмөнкү шарттарды канааттандыруучу $u(x,t)$ функциясын табуу талап кылынсын:

$$u_t - a^2 u_{xx} = f(x,t), \quad (x,t) \in \Pi_T \quad (76)$$

$$u(x,T) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (77)$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(\pi,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (78)$$

мында $\varphi(x), f(x,t)$ - берилген функциялар.

(76) -(78) маселеси үчүн орун алат

13-теорема. Мейли $\varphi(x) \in L_2(0,\pi)$, $f(x,t) \in C([0,T]; L(0,\pi))$ жана

$\varphi'(0) = 0, \varphi'(\pi) = 0$ макулдашуу шарттары жана

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[\varphi_k e^{k^2 T} - \int_0^T e^{k^2 s} f_k(s) ds \right] < +\infty \text{ барабарсыздыгы аткарылсын.}$$

Анда (76)-(78) маселесинин жалгыз чыгарылышы жашайт жана ал

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\varphi_k e^{k^2(T-t)} - \int_t^T e^{-k^2(t-s)} f_k(s) ds \right] \cos kx \quad (79)$$

формуласы менен берилет.

КОРУТУНДУ

Диссертациялык иште кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдеме үчүн чектик тескери маселелердин бир маанилүү чыгарымдуулугу боюнча суроолор изилденип, төмөнкүдөй жыйынтыктар алынган:

- 1) Кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдеме үчүн түз (баштапкы жана баштапкы-чектик) маселелердин чыгарымдуулугу үчүн жетиштүү шарттары табылды жана тиешелүү айкын чыгарылыштары алынды;
- 2) үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдеме үчүн ар кандай кошумча шарттары бар чек ара тескери маселелердин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын камсыз кылуучу жетиштүү шарттар табылды;
- 3) ар кандай кошумча шарттары бар псевдопараболалык теңдеме үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теоремалар далилденди;
- 4) жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн чектик тескери маселенин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теорема далилденди;
- 5) А.М.Денисовдун регуляризациялоо ыкмасын колдонуу менен жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн бир чектик тескери маселенин жакындаштырылган чыгарылышы тургузулду;
- 6) Тескери убакытагы жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн корректүү эмес коюлган Коши маселеси квазинверсия ыкмасы менен изилденди.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. Муканбетова А.Т. Об одной граничной обратной задаче для псевдопараболического уравнения [Текст] / Б.С.Аблабеков , А.Т. Муканбетова //Сборник тезисов 10-й международной молодежной научной школы-конференции “Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач” .-11с.-Новосибирск, Академгородок, 10-13 октября 2018г.
2. Муканбетова А.Т. О разрешимости решений второй начально-краевой задачи для псевдопараболического уравнения с малым параметром [Текст] / Б.С.Аблабеков , А.Т. Муканбетова//Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2019. №3, С.41-47.
3. Муканбетова, А.Т. Первая начально-краевая задача для одномерного псевдопараболического уравнения с малым параметром [Текст] / Б.С.Аблабеков , А.Т. Муканбетова // Евразийское Научное Объединение. 2019.Т. 1. № 4 (50), С.1-5.
4. Муканбетова, А.Т. О одной граничной обратной задаче для уравнения теплопроводности [Текст] / Аблабеков Б.С., Муканбетова А.Т. // Современные проблемы физико-математических наук. Материалы V Международной научно-практической конференции, 26-29 сентября, 2019 г. / под общ. ред. Т.Н. Можаровой. – Орел: ОГУ, 2019. - с.14-18.

5. Муканбетова, А. Т. Краевая задача на полупрямой для псевдопараболического уравнения с малым параметром [Текст] / Б.С.Аблабеков, А.Т. Муканбетова // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2020. Т. 32. № 3. С. 29-41. DOI: 10.26117/2079-6641-2020-32-3-29-41.
6. Муканбетова, А.Т. О разрешимости граничной обратной задачи для псевдопараболического уравнения [Текст] / Б.С.Аблабеков, А.Т. Муканбетова // Евразийское научное объединение. –2021. Т.1. –№7(77). –С.5 –8.
7. Муканбетова, А.Т. Граничная обратная задача с интегральным переопределением для псевдопараболического уравнения [Текст] /А.Т. Муканбетова // Евразийское научное объединение. –2021. ч.1. –№10(80). –С.25 –27.
8. Муканбетова, А.Т. Граничная обратная задача для псевдопараболического уравнения в случае второй начально-краевой задачи [Текст] / Аблабеков Б.С., Муканбетова А.Т. // Современные проблемы физико-математических наук. Материалы VII Международной научно-практической конференции, 18-21 ноябрь, 2021 г. / под общ. ред. Т.Н. Можаровой. – Орел: ОГУ, 2021. -с.16-21.
9. Муканбетова, А.Т. Кичи параметрлүү псевдопараболалык тендеме үчүн аралаш түрдөгү чектик маселенин чечими жөнүндө /Аблабеков Б.С., Муканбетова А.Т. //Известия ВУЗов Кыргызстана. 2021. № 5. С. 3-9.
10. Муканбетова, А.Т. О разрешимости граничной обратной задачи для уравнения теплопроводности [Текст] / Аблабеков Б.С., Муканбетова А.Т.// Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова. 2021. № 4 (74). С. 670-676.
11. Муканбетова, А.Т. Кичи параметрлүү псевдопараболалык тендеме үчүн чектик тескери маселенин чечими жөнүндө [Текст] / Аблабеков Б.С., Муканбетова А.Т. //Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2022. №4, С.13-16.
12. Муканбетова, А.Т. Корректүү эмес коюлган жылуулук өткөргүчтүн тендемеси үчүн тескери убакыттагы Коши маселесин квазиинверсия ыкмасы менен регуляризациялоо [Текст] / Аблабеков Б.С., Муканбетова А.Т. //Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2022. №6, С.7-11.
13. Mukanbetova, A.T. On the solvability of a boundary inverse problem for pseudoparabolic equation // Problems of Modern Mathematics 70th anniversary of A.A. Borubaev, June 16-18, 2021. – P. 98.

Муканбетова Айзат Темирбековнанын «Псевдопараболалык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелер» деген темадагы 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: тескери маселе, дифференциалдык теңдеме, псевдопараболалык теңдеме, фундаменталдык чыгарылыш, Гриндин функциясы, экинчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелер системасы.

Изилдөө объектиси: Кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелер.

Изилдөө предмети: Кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарымдуулугун камсыз кылуучу жетиштүү шарттарды табуу.

Иштин максаты. үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын далилдөө.

Изилдөөнүн методдору: фундаменталдык чыгарылыш, Вольтеррдин интегралдык теңдемелер ыкмасы, квазинверсия ыкмасы, Гриндин функциясы.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы. 1) Кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн түз маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылды.

2) Кичи параметрлүү үчүнчү тартиптеги жекече туундулуу псевдопараболалык теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылыштарынын жашашын жана жалгыздыгын камсыздоочу шарттар аныкталды.

Изилдөөнүн теориялык жана практикалык маанилүүлүгү: Алынган илимий натыйжаларды жогорку тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн чектик тескери маселелердин чыгарылышын изилдөөдө жана аны тургузууда колдонууга сунуштайбыз.

Жаракалуу - күкүмдүү чөйрөлөрдөгү суюктуктарды филтрлөө, гетерогендүү чөйрөдө жылуулук берүү жана топурактагы нымдуулукту өткөрүү процесстерин моделдештирүүдө алынган псевдопараболикалык теңдемелер үчүн түз (баштапкы, баштапкы чектик) жана тескери маселелерди изилдөөгө колдонууну сунуштайбыз.

РЕЗЮМЕ

Диссертации Муканбетовой Айзат Темирбековны на тему: «Граничные обратные задачи для псевдопараболических уравнений» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: обратная задача, дифференциальное уравнение, псевдопараболическое уравнение, фундаментальное решение, функция Грина, система интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

Объект исследования: Граничные обратные задачи для псевдопараболических уравнений в частных производных третьего порядка с малым параметром.

Предмет исследования: Нахождение достаточных условий, обеспечивающих разрешимость граничных обратных задач для псевдопараболических уравнений третьего порядка с малым параметром.

Цель работы. Доказательство существования и единственности решения граничных обратных задач для псевдопараболических дифференциальных уравнений с частными производными третьего порядка.

Методы исследования: Фундаментальное решение, метод интегральных уравнений Вольтерра, метод квазиобращения, функция Грина.

Полученные результаты и их новизна: 1) Найдены достаточные условия существования и единственности решения прямых задач для псевдопараболических уравнений третьего порядка с малым параметром. 2) Определены условия, обеспечивающие существование и единственность решения граничных обратных задач для псевдопараболических уравнений третьего порядка с малым параметром.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов: Рекомендуем использовать полученные научные результаты при исследовании граничных обратных задач для дифференциальных уравнений высокого порядка. Рекомендуем использовать при исследовании прямых (начальных, начально-краевых) и обратных задач для уравнения, полученные при моделировании фильтрации жидкостей в трещиновато-пористых средах, теплообмена в неоднородных средах и влагопереноса в грунтах.

SUMMARY

Dissertations of Mukanbetova Aizat Temirbekovna on the topic: "Boundary inverse problems for pseudoparabolic equations" for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences in the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control.

Keywords: inverse problem, differential equation, pseudoparabolic equation, fundamental solution, Green's function, system of Volterra integral equations of the second kind.

Object of research: Boundary inverse problems for third-order pseudoparabolic partial differential equations with a small parameter.

Subject of study: Finding sufficient conditions to ensure the solvability of boundary inverse problems for third-order pseudoparabolic equations with a small parameter.

Purpose of work. Proof of the existence and uniqueness of the solution of boundary inverse problems for pseudoparabolic partial differential equations of the third order.

Research methods: Fundamental solution, Volterra method of integral equations, quasi-inversion method, Green's function.

The results obtained and their novelty: 1) Sufficient conditions for the existence and uniqueness of the solution of direct problems for third-order pseudoparabolic equations with a small parameter are found. 2) Conditions are determined that ensure the existence and uniqueness of the solution of boundary inverse problems for third-order pseudoparabolic equations with a small parameter.

Theoretical and practical significance of the results obtained: We recommend using the obtained scientific results in the study of boundary inverse problems for high-order differential equations.

Pseudoparabolic equations obtained by modeling fluid filtration in fractured-granular media, heat transfer in inhomogeneous media, and moisture transfer in soils are recommended to be used to study direct (initial, initial-boundary) and inverse problems.

ШАРТУУ БЕЛГИЛЕРДИН ТИЗМЕСИ

Алгач биз керектүү шарттуу белгилерди жана аныктамаларды киргизели:

$\square = \{1, 2, 3, \dots\}$ – натуралдык сандардын көптүгү;

\square – чыныгы сандардын көптүгү; $T, l > 0$ – фиксирленген турактуу сандар.

$Q_T = \{(x, t) : x \in \square, t \in (0, T]\}$, $Q_T^+ = \{(x, t) : x \in (0, +\infty), t \in (0, T]\}$;

$\Omega_T = \{(t, x) | 0 < x < l, 0 < t \leq T\}$, мында $D_T = \{(x, t) | x \in (0, \pi), t \in (0, T]\}$,

$P_T = \{(x, t) : x \in (0, 1), t \in (0, T]\}$,

\exists – жашоо квантору; $\exists!$ – жашайт жана жалгыз.

\in – «тиешелүү» же «таандык»;

\Rightarrow – «келип чыгат»;

$C(D)$ – D аймагында үзгүлтүксүз функциялардын көптүгү;

$C^k(D)$ – D аймагында k - тартипке чейинки (k - кошо) үзгүлтүксүз туундуларга ээ болгон функциялардын мейкиндиги;

$C_0^1[0, T] = \{\psi(t) \in C^1[0, T], \psi(0) = 0\}$,

$C^{(n,m)}(\Omega_T)$ – каалагандай $(x, t) \in \Omega_T$ үчүн $\frac{\partial^{k+l} v}{\partial x^k \partial t^l} \in C(\Omega_T)$, $0 \leq k \leq n$, $0 \leq l \leq m$

туундулары менен кошо аныкталган $v(x, t)$ функцияларынын мейкиндиги;

Ушул эле сыяктуу $C^{(n,m)}(Q_T)$ мейкиндиги аныкталат.

1- аныктама. Эгерде $\gamma \geq 0$ чыныгы сан үчүн $C(t)$ үзгүлтүксүз оң функциясы табылып жана

$$|v(x, t)| \leq C(t) \exp\{\gamma|x|\}, (x, t) \in \bar{Q}_T$$

баалоосу орун алса, анда $v(x, t)$ функциясы $M_\gamma(Q_T)$ классына таандык деп айтабыз.

$C_{M_\gamma}^{(n,m)}(Q_T)$ – өздөрүнүн (n, m) тартибине чейинки туундулары менен бирге $M_\gamma(Q_T)$ таандык болгон $C^{(n,m)}(Q_T)$ дагы функциялардын көптүгү, б.а. $0 \leq k \leq n$, $0 \leq l \leq m$ үчүн

$$\frac{\partial^{k+l} v}{\partial x^k \partial t^l} \in M_\gamma(Q_T).$$

Ушул эле сыяктуу $C_{M_\gamma}^{(n,m)}(Q_T^+)$, $C_{M_\gamma}^{(n)}(-\infty, \infty)$ мейкиндиктери дагы аныкталат.

