НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени Б.Н. ЕЛЬЦИНА

Диссертационный совет Д.05.14.488

На правах рукописи

УДК 519.633, 517.962.2, 519.876.2

МАМАТКАСЫМОВА АЛИЙМА ТОРОЖАНОВНА

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССАХ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,

численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Бишкек - 2016

Работа выполнена в Ошском технологическом университета имени М.М. Адышева

Научный руководитель: д.ф.-м.н., доцент
Сатыбаев А.Дж.

Официальные оппоненты: д.ф.-м.н., профессор
Дженалиев М.Т.

д.ф.-м.н., профессор
Асанов А.А.

Ведущая организация: Кыргызский национальный университет имени Ж. Баласагына

Защита состоится 4 мая г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д.05.14.488 при институте автоматики и информационных технологий НАН КР по адресу: 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265, ауд. 118.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной Академии наук Кыргызской Республики 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265 «А».

Автореферат разослан *« 1 » апреля 2016 г.*

Ученый секретарь
диссертационного совета, к.ф.-м.н. Г.К. Керимкулова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Существуют различные подходы к решению прямых задач для системы уравнений Максвелла. Любое правильное решение, удовлетворяющее всем физическим требованиям, единственно и корректно. Под корректностью понимается такое решение, в котором малым изменениям исходных данных соответствуют малые приращения параметров.

Решение обратных задач неоднозначно в силу их некорректности, свойственной обратным задачам математической физики, А.Н. Тихонов, М.М. Лаврентьев, В.К. Иванов[1]. Некорректность проявляется в том, что малым изменениям наблюденных параметров поля могут соответствовать большие изменения определяемых параметров разреза.

Особенность обратных задач состоит в некорректности, т.е. в нарушении одного из следующих условий: существование, единственность и устойчивость решения. В обратных задачах существование решения вытекает из происхождения физического процесса, поэтому обычно обосновывается единственность, и особенно устойчивость решений.

Решение некорректных и обратных задач требуют особых методов решения. Основы теории некорректных задач заложены А.Н. Тихоновым, М.М. Лаврентьевым, В.К. Ивановым. Обратные задачи математической физики изучались учеными Марчук Г.И., Романов В.Г., Кабанихин С.И., Бухгейм А.Л., Гласко В.Б., Гончарский А.В. и др., Иманалиев М.И., Клибанов М.В., Прийменко В.И. , Chen Y.M., Saks P.E., Xie G.Q. и др.

Актуальность темы. Восстановление коэффициентов является одной из важных практических задач. Такие проблемы возникают в задачах: геофизике, геоэлектрике, электродинамике, компьютерной томографии.

Например, с восстановлением волнового процесса электромагнитного поля необходимо установить физические параметры этого процесса. Т.о. в системе уравнений Максвелла по наблюдениям за компонентами электромагнитного поля на границе требуется определить электродинамические параметры или распределенный ток в кабеле.

Известно, что системы уравнений Максвелла, как правило, описывают электромагнитные процессы, а коэффициенты уравнений связаны с физическими характеристиками среды, в которой протекают эти процессы. И часто возникает вопрос о том, как определить эти коэффициенты по некоторой дополнительной информации о решении прямой задачи.

Пусть в системе уравнений Максвелла некоторые характеристики неизвестны, например или распределенный ток в кабеле или диэлектрическая и магнитная проницаемость или электропроводимость, а

---

[1] Тихонов А.Н., Иванов В.К., Лаврентьев М.М. Некорректно поставленные задачи // Дифференциальные уравнения с частными производными: Труды симпозиума, посвященного 60-летию академика С.Л. Соболева.- М.:Наука, 1970.- С. 224-238

вместо них дана некоторая дополнительная информация о решении прямой задачи. Именно, отыскания этих характеристик представляет большой интерес. В теоретическом плане такие задачи изучены в работе[2].

Задача численного определения этих коэффициентов в системе уравнений Максвелла является одной из актуальных задач электродинамики. В настоящее время построение численных решений одномерных обратных задач для системы уравнений Максвелла изучаются. Основными результатами в этой области являются работы В.Г. Романова, С.И. Кабанихина, К.С. Абдиева[3].

С появлением быстродействующих компьютеров, одним из актуальных вопросов является разработка численных эффективных методов решения обратных задач электромагнитных процессов.

Метод конечных разностей или обращения разностной схемы является наиболее естественным с физической точки зрения, поскольку использует теорию характеристик. Недостатком этого метода является то, что при наличии больших ошибок измерений данных обратной задачи метод становится неустойчивым, что и означает, в начале необходима исследовать устойчивость обратных задач и затем проводит численные решения и численные реализации. Именно этому и посвящена настоящая диссертационная работа.

В результате анализа численных методов решения обратных задач, С.И. Кабанихиным[4] *сделан следующий вывод: устойчивость решения обратной задачи ухудшается с увеличением глубины. На устойчивость и сходимость метода сильно влияет выбранное первоначальное приближение.*

<u>В диссертации показано,</u> *что при небольших глубинах и при небольших ошибках данных вычисления обратных задач предложенным конечно-разностным методом является самым эффективным и при этом количество итераций будет наименьшим.*

<u>Основным методом исследования</u> *является конечно-разностный метод, а также используется метод выделения особенностей для обратных динамических задач, и он обоснован В.Г. Романовым*[5].

В настоящей диссертации построен и обоснован численный алгоритм решения обратной задачи для системы уравнений Максвелла на основе конечно-разностного метода.

<u>Цель диссертационной работы.</u> Изучения и анализ численных реализаций прямых и обратных задач имеет особое значение, ибо многие исследователи решая задачи численными методами не доводят их до

---

[2] Романов В.Г.,Кабанихин С.И. Обратные задачи геоэлектрики–Новосибирск: Наука, 1991.
[3] Романов В.Г., Кабанихин С.И., Абдиев К.С. Численные решения одномерных обратных задач электродинамики. –Препринт. ВЦ СОАН СССР, № 542, - Новосибирск, 1985, - 48 с.
[4] Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное изд-во. 2009. 458 с.
[5] Романов В.Г. Устойчивость в обратных задачах. М. :Научный мир. 2005.

численных реализаций и анализа. Данная диссертационная работа посвящена к этой проблеме.

Задачи данной диссертации являются усовершенствование алгоритма решения вычислительных методов прямых и обратных задач для уравнения Максвелла, т.е. конечно-разностный метод, создание алгоритмов и комплекса программ.

В качестве **основного объекта исследования** выбраны различные постановки обратных задач для системы уравнений Максвелла.

Научная новизна исследований в диссертации связана с численным решением задач электромагнитных процессов, а именно:

- ✓ предложен подход к решению прямых задач электромагнитных процессов, описывающие уравнения Максвелла;
- ✓ доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения прямой задачи;
- ✓ для ряда одномерных обратных динамических задач для уравнения Максвелла получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению;
- ✓ автором предложен конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи Максвелла, возникающей в электромагнитных процессах;
- ✓ разработаны численные алгоритмы решения и реализованы на компьютере на поставленные задачи.

Обоснованность и достоверность. Теоретические результаты исследований оформлены в виде теоремы, численные результаты проиллюстрированы с помощью вычислительного эксперимента путем сравнения приближенных результатов с известными точными решениями обратных задач.

Вычислительные эксперименты проводились по различным тестовым примерам, где получены относительные погрешности вычислений, погрешности регуляризации при приближенно заданной дополнительной информации обратных задач.

Хорошее совпадение на рисунках приближенной и точной решении обратных и установления относительной погрешности задач является подтверждением **достоверности и точности результатов диссертаций.**

На основе проведенных исследований **на защиту выносятся** следующие новые научные результаты:

- ✓ теоремы единственности решения прямой задачи для уравнения Максвелла с дельта-источником по времени;
- ✓ теоремы сходимости решения прямой задачи для уравнения Максвелла с дельта функцией Дирака, построенной конечно-разностным методом;
- ✓ теоремы условной устойчивости для цикл одномерных обратных задач уравнений электромагнитных процессов;
- ✓ численные алгоритмы и реализации решения прямых и обратных задач уравнения Максвелла для различных модельных сред;

- ✓ результаты расчетов, полученные в виде графиков.

Практическая значимость результатов заключается в:

1) использовании результатов диссертационной работы в учебной процессе кафедры Информатики Ошского технологического университета. Имеются акты внедрения.
2) разработанный метод решения одномерных прямых и обратных задач и ее математическое обеспечение в виде комплекс программ могут найти применение в решении практических задач геоэлектрики, электродинамики, электромагнитных полей и т.д.

Апробация работы. Результаты исследований диссертационной работы докладывались на различных научных семинарах, республиканских и международных конференциях: на Международном конгрессе «V Congress of the TURKIC WORLD MATHEMATICIANS» (Abstracts, Bishkek, Ыссык-Куль, 2014 г.); на Международной конференции «X Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем» (Ыссык-Куль,2014 г.); на XI Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем» (Ыссык-Куль, 2015г); Международный математический форум к юбилею академика А. Борубаева (Бишкек, Ыссык-Куль, 2015 г.); объединенном научном семинаре кафедр «Информатика», «Прикладная математика и информатика» и «Управление и информатика в технических системах» Ошского технологического университета (г. Ош 2015 г.), на научном семинаре кафедр «Прикладная математика и информатика» и «Информатика» Ошского технологического университета (г. Ош, 2016 г.).

Результаты научных теоретических исследований, практических численных расчетов и реализаций обсуждены в семинаре Института Автоматики и информационных технологий НАН КР г. Бишкек.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 14 научных статьях, в том числе в реферируемых журналах Кыргызской Республики – 5, материалах конференций –4, в зарубежных периодических журналах–1, 2 статьи в зарубежных периодических изданиях, индексируемых в Scopus и РИНЦ и 2 тезиса перечень, которых приведен в конце диссертации.

По материалам второй главы опубликованы 4 статей, а по материалам третьей главы опубликованы 4 статей и 1 тезис, а по материалам четвертой главы опубликованы 4 статей и 1 тезис, в единоличном авторстве - 4.

Структура и объем работы. Диссертационная работа изложена на 120 страницах, в том числе 3 таблиц. Кроме нее работа включает в себя 36 рисунка, полученные при численных расчетах на тестовых примерах, оформленные в виде приложения. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, литературы, содержащего 83 наименований, 3 приложений. В конце диссертации приложен акт реализации научных результатов.

Личный вклад. Все основные результаты диссертации являются новыми и установлены автором.

В совместных работах, общая идея, формулировка постановки задачи предложены научным руководителем А.Дж. Сатыбаевым, а математические выкладки и численные решения и расчеты прямой и обратной задачи для уравнения Максвелла изложены соискателем А.Т. Маматкасымовой.

Внутреннее единство диссертации заключается в материале, который концентрирован вокруг четырех подтем. Первая подтема, охватывающая главу 1, включает математические моделирования системы уравнений Максвелла и постановки прямых и обратных задач для уравнения Максвелла. Вторая подтема, состоит в исследовании корректности прямой задачи для уравнения Максвелла, т.е. единственности и устойчивости указанной задачи. Третья подтема, в решении, конечно-разностным методом, обратной задачи для уравнения Максвелла. Вопросам численных реализаций одномерных, прямых и обратных задач посвящена 4 глава, которая является четвертой подтемой диссертации.

В диссертационной работе представлены научно-обоснованные математико-вычислительные решения прямых и одномерных обратных задач электромагнитных процессов, внедрения которых в соответствующие отрасли позволяют внести вклад в научно-технический прогресс, теорию и приложение обратных задач и некорректных задач.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., доценту А.Дж. Сатыбаева за постановки задачи, идею в разработке метода, за советы и обсуждения на этапах формирования этой диссертации, а также за постоянное внимание к работе.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В качестве основной модели обратных задач в диссертации принята среда, составленная из двух полупространств $x_3 > 0$, $x_3 < 0$ (с границей $x_3 = 0$), причем параметры среды гладко меняются в каждом из полупространств, но могут иметь конечный скачок при переходе из одного полупространства в другое. Общая постановка изучаемых обратных задач заключается в следующем: параметры среды считаются известными в полупространстве $x_3 \leq 0$ и неизвестными в полупространстве $x_3 > 0$, их требуется найти по наблюдениям приборов на границе раздела двух сред.

Первая глава диссертационной работы является побочным или вникающим в постановки задачи исследования. В ней подробно рассмотрены получения математических моделей и постановки задач как прямых (раздел 1.1), так обратных задач (раздел 1.2) для системы уравнений Максвелла, возникающей в электромагнитных процессах.

Изложим результаты второй главы. При исследовании обратных задач необходимо изучить корректность поставленных соответствующих прямых задач. Во второй главе изучены корректность прямых задач, доказана теорема единственности и устойчивости решения.

В 2.1 рассматривается прямая задача системы уравнений Максвелла в одномерном случае, которое описывается дифференциальной задачей

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + K\frac{\partial}{\partial z} + M\right]V(z,t) = 0, \qquad (z,t) \in \prod(T,0) \tag{A.1}$$

$$V_{(1)}(z,z) = -\frac{1}{2}a_{(2)}(z)p_2(z), \qquad z \in [0,T], \tag{A.2}$$

$$V_{(2)}(z,-z) = -\frac{1}{2}b_{(1)}(z)p_1(z), \qquad z \in [-T,0], \tag{A.3}$$

$$V_{(3)}(z,|z|) = -\frac{1}{2}b_{(1)}(z)\left[p_{(2)}(z)\theta(z) + p_{(1)}(z)\theta(-z)\right], \quad z \in [-T,T], \tag{A.4}$$

$$V_{(2)}(z)\big|_{t=-z} = -\frac{1}{2}a_{(1)}(z)p_3(z), \tag{A.5}$$

$$V_{(3)}(z,t)\Big|_{t=-z} = -\frac{1}{2}a_{(3)}(z)p_{(3)}(z), \qquad z \in [-T,0], \tag{A.6}$$

а на границе

$$V_{(2)}(+0,t) = r_3V_{(2)}(-0,t) - r_2V_{(1)}(+0,t), \tag{A.7}$$

$$V_{(1)}(-0,t) = r_2V_{(2)}(-0,t) + r_1V_{(1)}(+0,t), \quad t \in [0,2T], \tag{A.8}$$

$$p_{(1)}(z) = \gamma_0 + \int_0^z a_{(1)}(\xi)p_{(1)}(\xi)d\xi, \qquad z \in [-T,0],$$

$$p_{(2)}(z) = r_2\gamma_0 - \int_0^z b_{(2)}(\xi)p_{(2)}(\xi)d\xi, \qquad z \in [0,T],$$

$$p_{(3)}(z) = \gamma_0 r_2 + \int_0^z a_{(2)}(\xi)p_{(3)}(\xi)d\xi, \qquad z \in [-T,0],$$

Прямая задача заключается в определении функции $V(z,t)$, при заданных значениях $p_1(z), p_2(z), p_3(z)$ – плотность и коэффициенты Ла*мэ,* $a_1(z), a_2(z), a_3(z)$, $b_1(z), b_2(z), b_3(z)$, r_1, r_2, r_3, γ_0 .

Т.о. в разделе 2.1 показана сходимость численного решения к точному решению прямой задачи уравнения Максвелла при взаимосогласованном стремлении к нулю шагов сетки, т.е. установлены ниже следующие теоремы.

Теорема. Пусть все входящие коэффициенты системы уравнений (A.1) достаточны гладкие и пусть решение прямой задачи существует (A.1)-(A.8) и имеет частные производные до второго порядка включительно в области $\Delta(T)$. Тогда существует постоянная $c > 0$ такое, что при $\tau/h < c$ решение конечно-разностной задачи сходится к точно решению со скоростью порядка $O(h)$ в классе $W_2^1(\Delta(T))$ и справедлива некоторая оценка.

Коэффициент c зависит только от нормы коэффициентов уравнения.

В разделе 2.2 получена единственность решения задачи для системы уравнения Максвелла [7]:

$$V''_{tt}(z,t) = V''_{zz}(z,t) + \left[\frac{\bar\sigma(z)}{\bar\varepsilon(z)} - \frac{1}{S(z)}\left(\frac{p(t)}{\bar\varepsilon(z)} - 2\cdot S'_z(z)\right)\right]\cdot V'_z(z,t) - \\ -\frac{\bar\sigma(z)}{\bar\varepsilon(z)}V'_t(z,t) - \frac{p'_t(t)}{\bar\varepsilon(z)}, \quad (z,t)\in\Delta(T), \tag{A.9}$$

$$V(z,t)\Big|_{t=|z|} = S(z), \quad z\in[0,T], \tag{A.10}$$

$$V'_t(z,t)\Big|_{t=|z|} = S'_z(z) + R(z), \quad z\in(0,T)$$

где $\bar\sigma(z)$– электропроводимость, $\mu(z),\varepsilon(z)$ - магнитная и диэлектрическая проницаемость, $p(t)$, $t\in[0,T]$- заданные функции,

$$\mathrm{S}(z) = \frac{p(o)}{\bar\varepsilon(o)} + \frac{1}{2}\int_0^z \frac{p(\xi)}{\bar\varepsilon(\xi)}d\xi + \frac{1}{2}\int_0^z\left[\frac{\bar\mu'_\xi(\xi)}{\bar\mu(\xi)} - (\bar\varepsilon(\xi)\bar\mu(\xi))'_\xi - \frac{\bar\sigma(\xi)}{\bar\varepsilon(\xi)}\right]S(\xi)d\xi, \quad Z\in[O,T], \tag{A.11}$$

$$\Delta(T) = \{(z,t), \quad Z\in(0,T), \quad |z|<t<T\}.$$

Прямая задача (A.9)-(A.11) заключается в определении функции возмущения $\mathrm{V}(\mathrm{z,t})$ *при известных коэффициентах* $\bar\sigma(z),\bar\varepsilon(z),\bar\mu(z)$ *и* $p(t)$.

Теорема. Пусть функции $\bar\sigma(z),\bar\varepsilon(z),\bar\mu(z),s(z),p(t),p'(t)$ непрерывные функции и имеют непрерывные частные производные первого порядка и пусть решение прямой задачи (A.9)-(A.11) существует и принадлежит в классу $C^2(\Delta(T))$, тогда при решении принадлежащей в Λ_0, решение прямой задачи (A.9)-(A.11)единственно в области регулярности $\Delta(T)$ и имеет оценку

$$\max_{|z|\le t<T}\left\{\|V\|_2^2(t)\right\} \le \|V\|_2^2(z) * \exp(\Pi t), \tag{A.12}$$

где $\Pi = \left[\frac{4\Pi_1}{\Pi_2} + \frac{2\Pi_3}{\Pi_2\Pi_5} + \frac{4\Pi_3}{\Pi_5} + \frac{2\Pi_3}{\Pi_2}\right]$, Π_1-Π_5 - некоторые постоянные.

<u>Перечислим основные результаты третьей главы.</u>

В геофизической электромагнитной разведке наибольший интерес представляют обратные задачи для системы уравнений Максвелла, и заключающиеся в определении коэффициентов ε, μ *- диэлектрическая и магнитная проницаемость,* σ *- электропроводимость среды или* $p(t)$ *- распределенный ток в кабеле.*

Теоретические основы одномерных и многомерных обратных задач электродинамики изложены в монографии[2]. Отметим, что в результате линеаризации двумерной обратной задачи уравнения Максвелла возникают одномерная обратная задача геоэлектрики.

<u>Глава 3 посвящена к одномерным обратным задачам</u>, а решения прямой задачи могут быть одномерны или многомерны по переменным.

Автором предложен конечно-разностный метод решения одномерных обратных задач для уравнения Максвелла. Рассмотрена задача

$$\frac{\partial V}{\partial t} + K\frac{\partial V}{\partial z} + M(z)V = 0, \quad (z,t)\in\Delta(T), \tag{A.13}$$

$$V_{(2)}\Big|_{t=z} = -\frac{1}{2}b_{(1)}(z)p_{(1)}(z), \quad z\in[0,T] \tag{A.14}$$

$$V_{(3)}\Big|_{t=z} = -a_{(3)}(z)p_{(1)}(z), \quad z\in[0,T], \qquad (A.15)$$

$$V_{(j)}\Big|_{z=0} = g_{(j)}(t), \quad t\in[0,2T], \quad j=1,2 \qquad (A.16)$$

$$p_{(1)}(z) = \gamma_0 + \int_0^z a_{(1)}(\xi)\,p_{(1)}(\xi)d\xi, \qquad z\in[-T,0] \qquad (A.17)$$

$$p_{(2)}(z) = \gamma_0 - \int_0^z b_{(2)}(\xi)\,p_{(2)}(\xi)d\xi, \qquad z\in[0,T] \qquad (A.18)$$

Здесь элементы $a_{(3)}(z), b_{(3)}(z)$ –известны, а в элементы $a_{(1)}(z), a_{(2)}(z)$, $b_{(1)}(z), b_{(2)}(z)$ входит неизвестная функция $\sigma_{(1)}(z)$.

Обратная задача (А.13)-(А.16) заключается в определении функции электропроводимость - $\sigma(x_3)$ *при* $x_3>0$*, известных функциях* $\varepsilon(x_3)$*,* $\mu(x_3)$ *- диэлектрическая и магнитная проницаемость при всех* x_3.

В этом разделе 3.1 построен конечно-разностный алгоритм решения обратной задачи для системы уравнений Максвелла. По данному алгоритму проведены численные реализации на компьютере.

В разделе 3.2 рассмотрена обратная задача для системы уравнений Максвелла следующего вида [3-4]:

$$\frac{\partial V_1}{\partial t} - \frac{\partial V_1}{\partial z} + a_1(z)V_1(z,t) + a_2(z)V_2(z,t) + a_3(z)V_3(z,t) = 0, \qquad (A.19)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} + \frac{\partial V_2}{\partial z} + b_1(z)V_1(z,t) + b_2(z)V_2(z,t) + a_3(z)V_3(z,t) = 0, \qquad (A.20)$$

$$\frac{\partial V_3}{\partial t} + \frac{1}{\lambda}a_3(z)V_1(z,t) - \frac{1}{\lambda}a_3(z)V_2(z,t) = 0, \quad (z,t)\in\Delta(T). \qquad (A.21)$$

На характеристиках уравнений выполняются:

$$V_2(z,t)\Big|_{t=z} = -\frac{1}{2}b_1(z)p_1(z), \qquad z\in[0,T], \qquad (A.22)$$

$$V_3(z,t)\Big|_{t=z} = a_3(z)p_1(z), \qquad z\in[0,T], \qquad (A.23)$$

$$V_j(z,t)\Big|_{z=0} = g_j(t), \quad j=\overline{1,2}; \qquad t\in[0,2T], \qquad (A.24)$$

$$\left.\begin{aligned} a_j(z) &= \frac{\sigma_1(z)}{2\varepsilon_1(z)} + (-1)^j\frac{\mu'_{1z}(z)}{4\mu(z)} - \frac{\varepsilon'_{1z}(z)}{4\varepsilon_1(z)};\\ b_j(z) &= \frac{\sigma_1(z)}{2\varepsilon_1(z)} + (-1)^j\frac{\mu'_{1z}(z)}{4\mu(z)} + \frac{\varepsilon'_{1z}(z)}{4\varepsilon_1(z)}; \end{aligned}\right\} \qquad (A.25)$$

$$a_3(z) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_1(z)\mu_2(z)}}; \qquad b_3(z) = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_1(z)\mu_2(z)}}; \qquad (A.26)$$

Функции p_1, p_2, p_3 определяются из интегральных уравнений

$$
\left.\begin{aligned}
p_1(z) &= d_0 + \int_0^z a_1(\xi)p_1(\xi)d\xi, \qquad z\in[0,-T],\\
p_2(z) &= (1+r_2)d_0 + \int_0^z b_2(\xi)p_2(\xi)d\xi, \qquad z\in[0,T],\\
p_3(z) &= r_2 d_0 - \int_0^z a_1(\xi)p_3(\xi)d\xi, \qquad z\in[0,-T],
\end{aligned}\right\}
$$

Теорема. Пусть для $g_j(t)\in C^2([0,2T])$, $j=\overline{1,2}$ решения обратной задачи (A.19)-(A.24) существует и выполняется условие Λ_0 и пусть $W_j(z,t)\in \mathrm{C}^2\left(\overline{\Delta(T)}\right)$. Тогда построенное приближенное решение конечно-разностным методом обратной задачи сходится к точному решению обратной задачи (A.19)-(A.24) в классе C со скоростью порядка $\mathrm{O}(h)$, при некотором “малом” T.

Распространения электромагнитных волн в среде приводится к задаче уравнению Максвелла, и эта задача рассмотрена в разделе 3.3 [3-4]:

$$
\begin{aligned}
V_{tt}''(z,t) &= V_{tt}''(z,t) + \left[\frac{\bar{\sigma}(z)}{\bar{\varepsilon}(z)} - \frac{1}{S(z)}\left(\frac{p(t)}{\bar{\varepsilon}(z)} - 2S_z'(z)\right)\right]\cdot V_z'(z,t) - \\
&- \frac{\bar{\sigma}(z)}{\bar{\varepsilon}(z)}\cdot V_t'(z,t) - \frac{p_t'(t)}{\bar{\varepsilon}(t)}, \quad (z,t)\in\Delta(T),
\end{aligned}
\tag{A.27}
$$

$$
V(z,t)\big|_{t=|z|} = S(z), \quad z\in[0,T] \tag{A.28}
$$

$$
V_t'(z,t)\big|_{t=|z|} = S_z'(z) + R(z), \quad z\in(0,T)
$$

$$
V(z,t)\big|_{t=0} = \frac{p(z)}{\bar{\varepsilon}(0)}, \quad t\in[0,2T] \tag{A.29}
$$

$$
S(z) = \frac{p(0)}{\bar{\varepsilon}(0)} + \frac{1}{2}\int_0^z \frac{p(z)}{\bar{\varepsilon}(\xi)}d\xi + \frac{1}{2}\int_0^z\left[\frac{\bar{\mu}'(\xi)}{\bar{\mu}(\xi)} - \left(\bar{\varepsilon}(\xi)\cdot\bar{\mu}(\xi)\right)_\xi' - \frac{\bar{\sigma}(\xi)}{\bar{\varepsilon}(\xi)}\right]S(\xi)d\xi, \quad z\in(0,T), \tag{A.30}
$$

Обратная задача. Определить функции $V(z,t), \bar{\sigma}(z)$ из (A.27)-(A.30) при известных значениях коэффициентов $\bar{\varepsilon}(z), \bar{\mu}(z)$, а также при известном значении о решении прямой задачи $f(t)$.

Теорема. Пусть $f(t)\in C([0,2T])$ решение обратной задачи (A.27)-(A.30) существует, а коэффициенты уравнений удовлетворяют условие Λ_0 и пусть решение прямой задачи $V(z,t)\in C^4\left(\overline{\Delta(T)}\right)$.

Тогда построенное приближенное решение обратной задачи сходится к точному решению обратной задачи (A.27)-(A.30) в классе C со скоростью порядка $O(h)$, при некотором “малом“ T.

<u>Примечание.</u> Повышенное условие $V(z,t)\in C^4(\overline{\Delta(T)}$ взято для того, чтобы применить к задаче конечно- разностный метод.

В разделе 3.3 и 3.4 [3-4, 13] также построен алгоритм решения поставленной задачи конечно-разностным и конечно-разностным регуляризованным методом.

<u>Изложим результаты четвертой главы.</u> Многие ученые-исследователи, получая хорошие результаты в теоретическом плане (существование, единственность и устойчивость решения), не доводят до численного решения и реализации. В этом смысле последняя глава с полученными графиками дополняет этот пробел.

В главе 4 изложены численные алгоритмы, блок схемы и реализации на компьютере одномерных прямых и обратных задач для уравнения Максвелла, изученные в главах 2,3.

Алгоритмам, программам и численным реализациям одномерным прямым задачам для уравнения Максвелла посвящен раздел 4.1 [9,11].

При решении прямой задачи Максвелла в качестве функции $p(t)-$ распределенного тока в кабеле заданы одноволновая, двухволновая и мгновенная и ступенчатая функция. А качестве функции $\bar{\varepsilon}(z), \bar{\mu}(z)$ - диэлектрическая и магнитная проницаемость, $\bar{\sigma}(z)-$ электропроводимость были взяты волновые функции и единицы.

Во всех графиках выведены графики функции $dopin(t) = V(0,t)$ - дополнительная информация для обратный задачи и графики, $\sigma(t)-$ электропроводимость, $\mu(z)-$ магнитная проницаемость, $\varepsilon(z)-$ диэлектрическая проницаемость, $p(t)-$ распределенный ток в кабеле.

Численные расчеты показали, что уменьшив сеточные шаги в два, четыре, восемь раз, можно увеличит точность решения задачи для уравнения Максвелла $1.4 \div 1.8$ раза.

При решении одномерной прямой задачи уравнения Максвелла исследованы и проанализированы следующие обстоятельства созданного нами алгоритма [9].

А. Численная устойчивость алгоритма. В ходе исследования выявлена численная устойчивость построенного численного алгоритма путем проведения следующих действий:

а. Последовательно уменьшали (увеличивали) шаги сетки и получили относительные погрешности решения прямой задачи в нескольких точках. Здесь относительные погрешности почти одинаковы, что и подтверждает устойчивость алгоритма.

б. Измельчив шаги сетки в каждый точке сетки, получили значения решения прямой задачи $V(0,t)$, и выяснили разность значений, т.е. абсолютные погрешности. Они также не различны, что подтверждается устойчивостью созданного алгоритма.

Б. Глубина вычисления по z. В прямой задаче уравнения Максвелла $z \in [0, \mathrm{T}]$. Шаги сетки по t и z $\tau = \mathrm{T}/\mathrm{N}$ и $h = 2\mathrm{T}/\mathrm{N}$.

Вычисление производилось при $Z = 4$, из множества графиков вычисления хорошо проводятся до $Z = 2$ условной единицы (у.е., например 2км, 20 км..). Глубины вычисления можно - увеличивать измельчая шаги сетки N (при этом, чтобы была устойчивость алгоритма), но в этом случае увеличивается и машинное время вычисления.

В. Какие возможны функции $p(t),\cdots\sigma(z),\ \mu(z)$ **и** $\varepsilon(z)$**.**

В качестве функции $p(z)$ - распределенный ток в кабеле – задавали различные функции: косинусообразные, ступенчатые, а также в виде мгновенной, при этом $\sigma(z)=\mu(z)=\varepsilon(z)=1$. В большинстве случаях вычисление проходило нормально.

Затем последовательно задавали и для функции $\sigma(z),\mu(z),\varepsilon(z)$ косинусообразные функции, где вычисление проходило удовлетворительно. В ходе вычислений выяснилось, что решение прямой задачи Максвелла существенно зависит от значений функций $\mu(z)$ и $\varepsilon(z)$ -магнитной и диэлектрической проницаемости, особенно от функции $\varepsilon(z)-$ диэлектрической проницаемости,

Это подтверждает, что решение уравнение Максвелла существенно и сильно завесит от $\varepsilon(z)$- диэлектрической проницаемости, сильно зависит $\mu(z)$ - магнитной проницаемости, а также слабее зависит от $\sigma(z)-$ электропроводимости и $p(t)$-ток в кабеле.

Здесь же в разделе 4.1. создан алгоритм решения одномерной прямой задачи уравнения Максвелла.

В разделе 4.2 [11] задача уравнения Максвелла приведена к задаче с данными на характеристиках с одной единственной области, и создан алгоритм решения обратной задачи, проведены численные расчеты, получены графики решения прямой и обратной задачи .

В численных расчетах и реализаций для решения обратной задачи уравнения Максвелла в качестве функции $\bar{\varepsilon}(z), \bar{\mu}(z), \sigma(z)-$ вначале были взяты равной единице, в дальнейшем косинусообразные функции.

Здесь же создан алгоритм решения и вычислена обратная задача и она реализована на компьютере с помощью языка Delphi.

В полученных результатах выведены графики функции $f(t)=V(0,t)$ - дополнительная информация для обратной задачи, $p(t)$ и $pv(t)$, при $t=z$ - точная и приближенная вычисленная функция.

Относительная погрешность решения обратной задачи уравнения Максвелла составляет $1{:}11\%$.

Устойчивость решения обратной задачи уравнения Максвелла проверялись следующим образом:

- Измельчали шаги сетки и проверялись значения в соответствующих точках сетки;
- К дополнительной информации обратной задачи задавались случайные числа и проверялись решения обратной задачи;
- Измельчая шаги сетки, увеличивали точность решения обратной задачи уравнения Максвелла.

В качестве проверки полученного алгоритма были сравнения с алгоритмом[6]. При этом полученные результаты на порядок выше, чем этих результатов[6].

При решении одномерной обратной задачи Максвелла исследованы и проанализированы следующие возможности разработанного алгоритма и программы. Эти анализы изложены в разделе 4.3 [10].

А. Какие возможны функция $p(t)$ - распределенный ток в кабеле, который определяется при решении обратной задачи.

Относительно функции $p(t)$ мы взяли в виде косинусобразной, ступенчатой и мгновенной функции. Относительные погрешности составляют от 1% до 11%.

Б. Допустимые ошибки в дополнительной информации для обратной задачи.

При вычислении обратной задачи последовательно задавали ошибки в виде процентах: 1%, 2%, 3%, 5%, 7%, 8%, 10%. Анализ показал, что в дополнительной информации обратной задачи уравнения Максвелла ошибки должны составляться от 1% до 5%.

В. Глубина вычисления по z.

Переменная $z \in [0,T]$, T – время, а шаг сетки по z равно $h_z = \dfrac{T}{N}$, N – фиксированное положительное число. В численных расчётах мы относительно T взяли 4 условных единиц, т.е. $T = 4$ у.е. Значение T можно увеличивать, но при этом необходимо увеличивать значение N, что и дает увеличение машинной времени.

Г. Численная устойчивость алгоритма.

Для проверки устойчивости алгоритма мы последовательно увеличивали шага сетки $h_z = 0{,}1; 0{,}2; 0{,}3$ и.т.д., при этом относительная погрешность в одинаковых соответствующих точках не различна, мала отличается друг от друга, следовательно, созданный нами алгоритм устойчив.

Проверка устойчивости также проводилось следующим образом:

1) измельчали шаги сетки и сравнивались полученные результаты и погрешность в соответствующих точках;

2) дополнительным информациям обратной задачи задавались малые ошибки и проводились расчеты.

Д. Разрешающая способность алгоритма.

Оценка между точным p_i и приближенным pv_i решениями обратной задачи уравнения Максвелла имеет вид:

$$\max_{i=0,N} \left| p_i - pv_i \right| \le \frac{h_z}{2} \|V\|_{C^4\left(\overline{\Delta(T)}\right)}$$

---

[6] Сатыбаев А.Дж., Калдыбаева Г.А., Асилбеков Т. Численная реализация одномерной прямой и обратной задачи термоупругости с мгновенным источником. Вестник КазНПУ, №2(38), Алматы, 2012, с.139-146.

Точность относительной погрешности $\frac{|p_i - pv_i|}{p_i} \cdot 100\%$ зависит от величины шага дискретизации h_z и от нормы решения прямой задачи $\|V\|_{C^4(\overline{\Delta T})}$

Указанная зависимость изучена нами при различных расчетах составленной программы. Анализа показал, что уменьшение шага дискретизации положительно влияет на точность решения обратной задачи. Например, уменьшение шага h_z в 10 раз, дает уменьшение относительной погрешности 8-10 раз. Увеличение значение решение прямой задачи отрицительно влияет на точность решение обратной задачи уравнение Максвелла, что и потверждает полученную оценку.

В 4.4 изложена реализация разностного регуляризованного решения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ГРАФИКИ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ

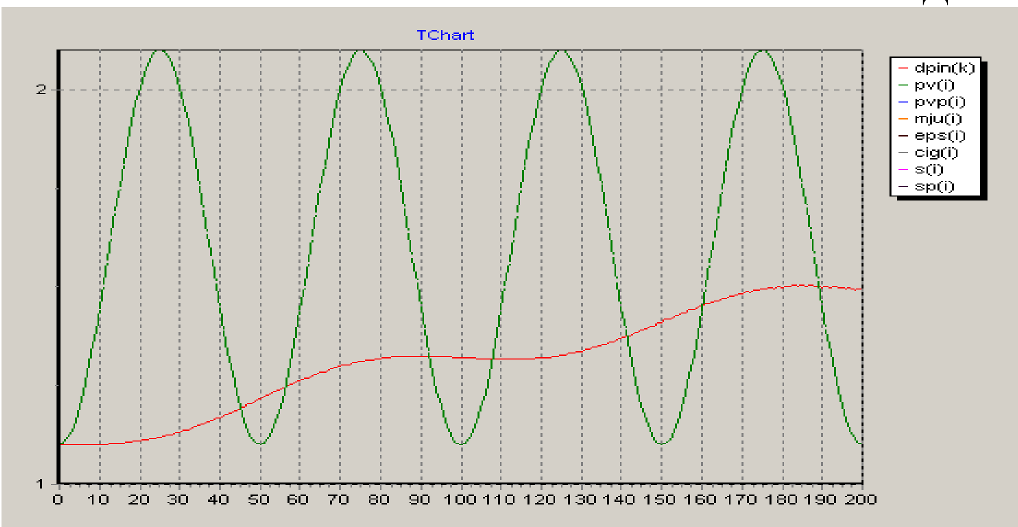

Рис. 5. Графики функции dopin[τ]– дополнительная информация для обратной задачи; $p(t)$:=2.1-cos^2(3.14*τ); при $\sigma(z)$:=1.0; $\mu(z)$:=1.0; $\varepsilon(z)$:=1.0; τ =0.01

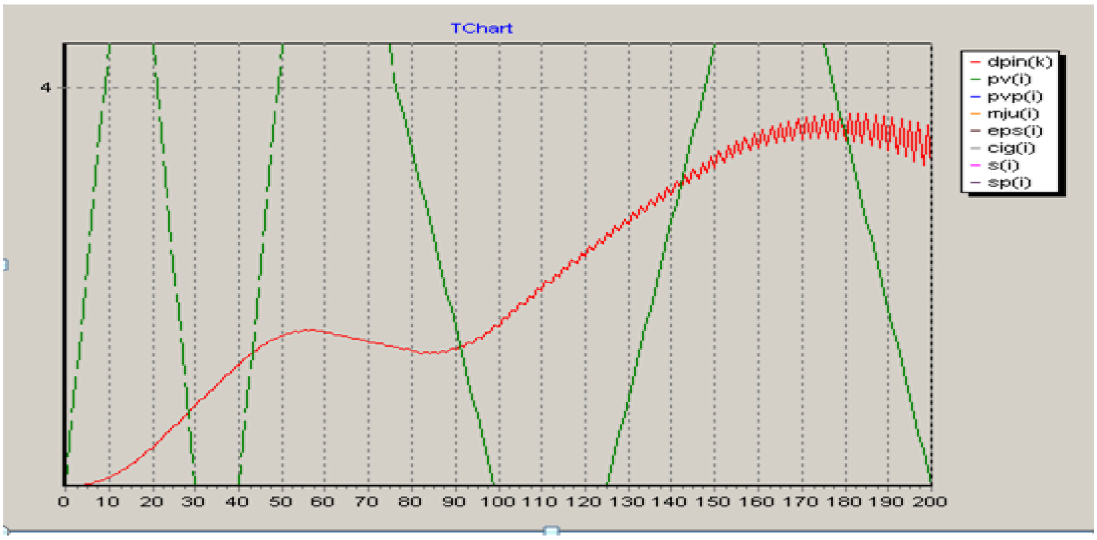

Рис. 11. Графики функции dopin[τ]– дополнительная информация для обратной задачи; $p(t)$:=Ступенчатая функция; при $\sigma(z)$:=1.0; $\mu(z)$:=1.0; $\varepsilon(z)$=1.0; τ =0.02

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ГРАФИКИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

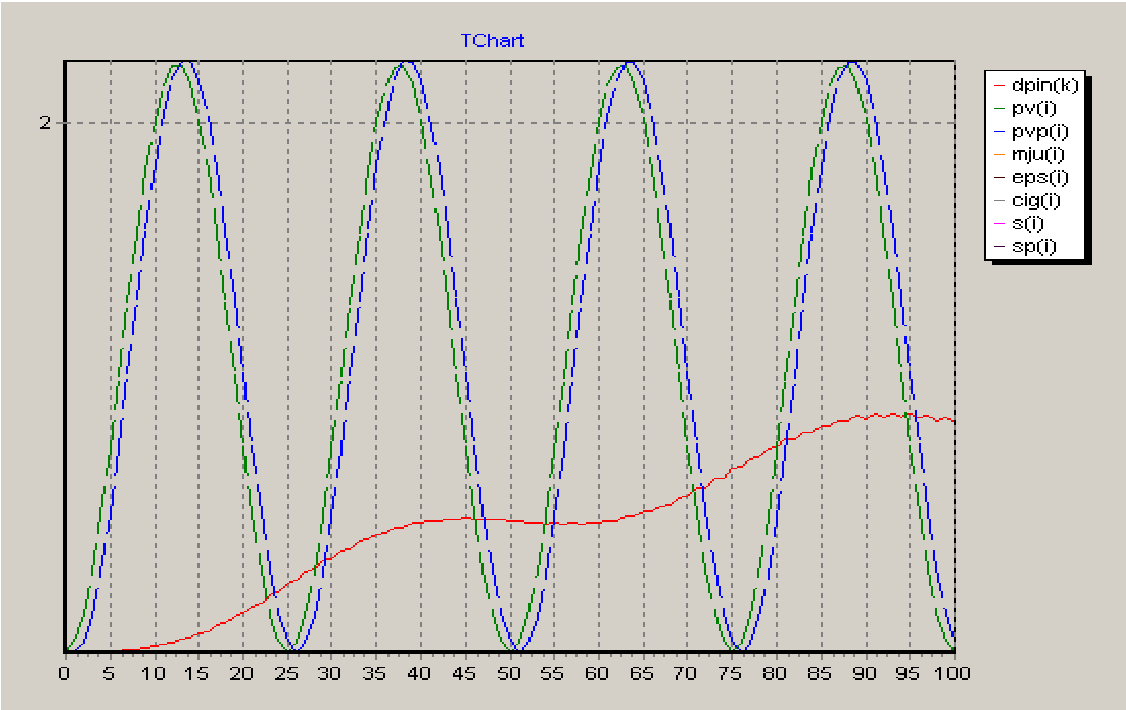

Рис. 24. Графики функции dopin[τ]– дополнительная информация для обратной задачи; $p(t)$:=2.1-cos^2(3.14* τ);
при $\sigma(z)$:=1.0; $\mu(z)$:=1.0; $\varepsilon(z)$:=1.0; h=0.02

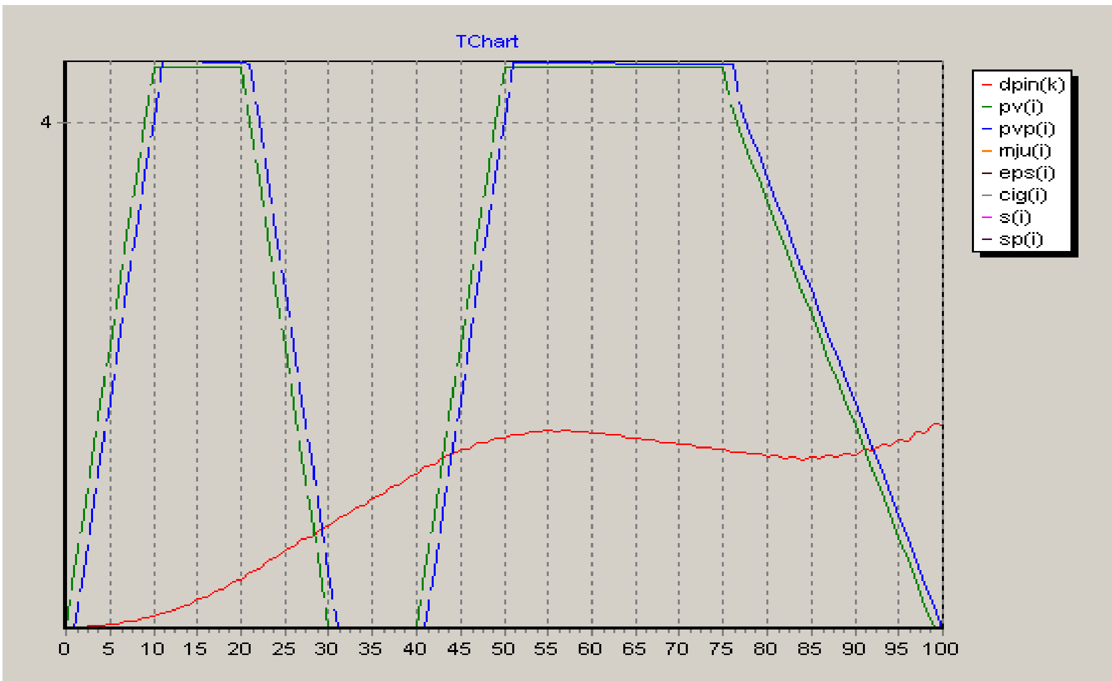

Рис. 25. Графики функции dopin[τ]– дополнительная информация для обратной задачи; $p(t)$:=Ступенчатая функция;
$\sigma(z)$:=1; $\mu(z)$:=1; $\varepsilon(z)$:=1; h=0.02

ПРИЛОЖЕНИЕ 3.

ГРАФИКИ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

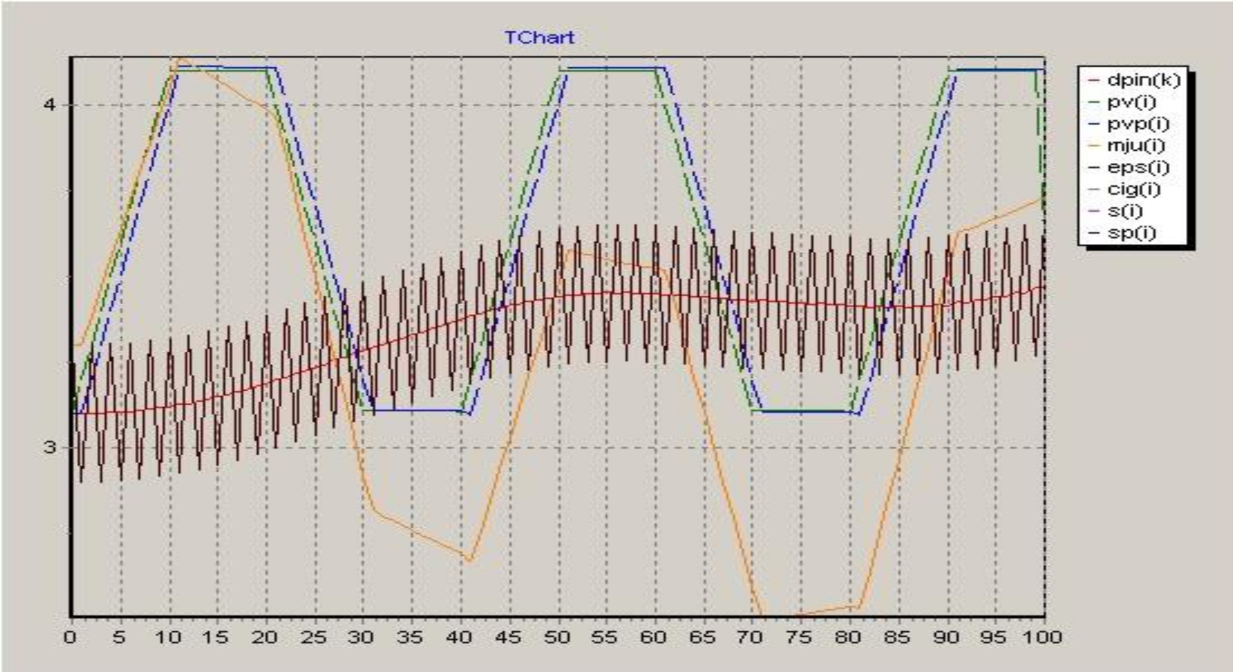

Рис.33. График функции $pv(k) = 3^x$ - ступенчатая функция

$$\mu = 1, \quad \varepsilon = 1; \quad \sigma(k) = 1{,}6 - \cos^2(2\pi k\tau); \quad dpinr(k) = dpin(k) \pm 0{,}2$$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В диссертационной работе получены следующие результаты:

1. Показаны принципы построения численного метода решения одномерных прямых задач для уравнения Максвелла, который стал возможен после применения методов выпрямления характеристик – решения задачи Эйконала и выделения особенностей – разделения сингулярной и регулярной части решения прямых задач.
2. Построены алгоритмы решения и численные реализации одномерных прямых задач для уравнения Максвелла при заданных значениях параметров: распределенного тока в кабеле, диэлектрической и магнитной проницаемости, электропроводимости. Устойчивость алгоритма проверялась путем уменьшения шагов дискретизации.
3. Обоснована единственность решения одномерной прямой задачи Максвелла, возникающей в электромагнитных процессах.
4. Разработаны устойчивые численные алгоритмы решения и численные реализации одномерных прямых и обратных задач для уравнения Максвелла, проанализированы и выяснены возможности применения разработанного автором алгоритма. Показана достоверность конечно-разностного решения одномерных обратных задач с помощью численного эксперимента на тестовых примерах для различных видов искомых коэффициентов задач.
5. Автором предложен конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи Максвелла, возникающей в электромагнитных процессах;

6. Созданы комплексы программ для решения одномерных прямых и обратных задач для уравнения Максвелла, основанные на алгоритмах методов конечно-разностного и обращения разностных схем, как самого решения прямой задачи, так и для обратной задачи, т.е. для восстановления одного из параметров физического процесса.

Результаты численных экспериментов показали хорошую точность и установлены относительные погрешности восстановления искомых функций.

Адекватность дискретной модели обратных задач установлена путем сравнения результатов расчета с точными данными модельных примеров.

На основе полученных результатов можно осуществить:

1. Разработанный метод обращения разностных схем широко можно применить для других классов прямых и обратных задач волновых процессов.
2. Построенные алгоритмы, реализации прямых и обратных задач можно использовать для реальных однородных и неоднородных сред.
3. Алгоритмы и программы прямых задач, предложенные автором, можно осуществить для широкого класса задач волновых процессов.
4. Результаты научно-исследовательских можно применить в учебный процесс, целью познакомить студентов с увлекательной проблематикой причинно-следственных явлений прямых и обратных задач и привлечь их к научным исследованиям в этой области.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. Маматкасымова, А.Т. Конечно-разностный алгоритм решения обратной задачи для системы уравнений Максвелла [Текст] / А.Т. Маматкасымова, А.Дж.Сатыбаев // Наука и новые технологии. – 2013.– №6. – С. 3-6.

2. Маматкасымова, А.Т. Конечно-разностный алгоритм решения прямой задачи для системы уравнений Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова //Наука и новые технологии. – 2013. – №6. – С.10-15.

3. Mamatkasymova, A. Finite differences solving algorithm of direct and inverse problems for Maxwell equation system [Text] / A.Mamatkasymova, A.Satybaev //V Congress of the TURKIC WORLD MATHEMATICIANS. Kyrgyzstan, “Issyk-Kul Aurora”, 5-7 June 2014. – Bishkek, 2014. – C.133.

4. Маматкасымова, А.Т. Приближенный метод решения обратной задачи для системы уравнений Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова, А. Дж. Сатыбаев // Тр. X Междунар. Азиат. шк.-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». Санаторий «Иссык-Куль Аврора», с. Булан-Соготу, 25 июля-5 авг., 2014г. – Алматы, 2014.– С.479-484.

5. Маматкасымова, А.Т. Конечно-разностный алгоритм решения прямой и обратной задачи для системы уравнений Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова // Тр. X Междунар. Азиат. шк.-семинара «Проблемы

оптимизации сложных систем». Санаторий «Иссык-Куль Аврора», с. Булан-Соготу, 25 июля-5 авг., 2014г. – Алматы, 2014. – С. 485-492.

6. Маматкасымова, А.Т. Difference solution of the direct problem for the Maxwell's system of equation [Текст] /A.T. Mamatkasymova // Вестн. КазНПУ. Сер. физ.-мат.наук. – Алматы, 2014. – №4 (48). – С.85-89.

7. Маматкасымова, А.Т. Единственность решения прямой задачи системы уравнений Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Бишкек, 2014. – Вып. 46. – С.130-134.

8. Маматкасымова, А.Т. Обратная задача системы уравнений Максвелла с распределенным током в кабеле [Текст] / А.Т.Маматкасымова, А.Дж.Сатыбаев // Изв. ВУЗов . – 2014. – №3. – С.7-19.

9. Маматкасымова, А.Т. Численный алгоритм и реализация прямой задачи для системы уравнения Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова, А. Дж. Сатыбаев // Вестн. Кырг.-Рос. Славян. ун-та. Сер. Физ.-мат. – 2015. – Т.15, №5. – С.83-88.

10. Маматкасымова, А.Т. Анализ применение метода обращение разностный схем для обратной задачи уравнение Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова, А.Дж. Сатыбаев // Тр. XI Междунар. Азиат. шк.-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». г. Чолпон-Ата, 27 июля - 7 авг., 2015г. – Бишкек, 2015. – Ч. 2. – С. 439-441.

11. Маматкасымова, А.Т. Алгоритм решения обратной задачи для системы уравнений максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова, А.Дж. Сатыбаев //Сб. тез. седьмой междунар. молодеж. науч. шк.-конф. «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», посвящ. 90-летию со дня рождения акад. Г.И. Марчука. Новосибирск, Академгородок, 19-24 окт., 2015г. – Новосибирск, 2015. – С.60.

12. Маматкасымова, А.Т. Численный алгоритм и реализация решения обратной задачи для системы уравнений Максвелла [Текст] /А.Т. Маматкасымова // Проблемы автоматики и управления: материалы II Междунар. конф. «Проблемы управления и информационных технологий». 2015г., 24-26 сент. – Бишкек, 2015. – С. 208-215.

13. Маматкасымова, А.Т. Анализ алгоритма решения обратной задачи для уравнения Максвелла [Текст] //А.Т. Маматкасымова, А. Дж. Сатыбаев // Сиб. электрон. мат. изв. – Новосибирск, 2015. – Т.12. – С. 104-113.

14. Маматкасымова, А.Т. Разработка конечно-разностного регуляризованного решения одномерной обратной задачи, возникающий в электромагнитных процессах [Текст] /А.Т.Маматкасымова, А.Дж. Сатыбаев // Естественные и математические науки в современном мире: сб. ст. XXXVIII Междунар. науч.-практ. конф. – Новосибирск, 2016. – №1(36). – С. 23-38.

РЕЗЮМЕ

Диссертации Маматкасымовой Алиймы Торожановнына тему «Разработка алгоритма решения одномерной прямой и обратной задачи, возникающих в электромагнитных процессах» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Ключевые слова: Математическая модель, электромагнитные процессы, система уравнений Максвелла, прямая и обратная задача, конечно-разностный метод, численный алгоритм, графики решений.

Объект исследования: В качестве основного объекта исследования выбраны различные постановки обратных задач для системы уравнений Максвелла, возникающей в электромагнитных процессах.

Цель исследования: Диссертация посвящена в разработке и обосновании и приложениям численного решения прямых задач, возникающей в электромагнитных процессах, конечно-разностным методом.

Исследования вопросов единственности и устойчивости приближенного решения прямых задач. Построению численных решений одномерных обратных задач электромагнитных явлений, имеющих практическое значение в электродинамике.

Создания алгоритмов и их реализаций с помощью компьютера.

Методы исследования. Для решения прямых и обратных задач для системы уравнений Максвелла, является конечно-разностный метод, при решении обратных задач называют их методом обращения разностных схем.

Полученные результаты и их научная новизна: предложен подход к решению прямых задач электромагнитных процессов, описывающие уравнения Максвелла; доказаны теоремы единственности, теоремы сходимости и получены оценка устойчивости конечно-разностного решения прямой задачи; для ряда одномерных обратных динамических задач для уравнения Максвелла получены оценки условной устойчивости конечно-разностного решения и показана сходимость к точному решению; предложен конечно-разностный регуляризованный метод решения одномерной обратной задачи Максвелла, возникающей в электромагнитных процессах; разработаны численные алгоритмы решения и реализованы на компьютере на поставленные задачи.

Область применения: Разработанный метод решения одномерных прямых и обратных задач и ее математическое обеспечение в виде комплекс программ могут найти применение в решении практических задач геоэлектрики, электродинамики, электромагнитных полей и т.д.

Маматкасымова Алийма Торожановнанын «Электромагниттик процесстерден келип чыгуучу, бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чыгаруунун алгоритмин иштеп чыгуу» деген темадагы 05.13.18–«Математикалык моделдештирүүнүн теориялык негиздери, эсептелген ыкмалар жана программанын топтому» адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Математикалык моделдер, электромагниттик процесстер, Максвелл теңдемелер системасы, түз жана тескери маселелер, ченем-айырмалык усул, сандык алгоритм, чечимдин чиймеси.

Изилдөөнүн объектиси: изилдөөнүн негизги объектиси катары электромагниттик процесстерден келип чыгуучу, Максвелл теңдемелер системасы үчүн ар түрдүүчө коюлган тескери маселелер тандалынган.

Изилдөөнүн максаты. Диссертация электромагниттик процесстерде келип чыгуучу, түз маселелердин сандык чечиминин тиркемелерин ченем-айырмалык усулдун жардамында, негиздөөгө жана иштеп чыгууга багытталган:

- Түз маселелердин жакындаштырылган чечиминин жалгыздыгы жана туруктуулугу тууралуу суроолорун изилдөө;
- Электродинамикада практикалык мааниге ээ болгон, электромагниттик кубулуштардагы бир өлчөмдүү тескери маселелердин сандык чечимин тургузуу;
- Алгоритмдерди тузуу жана аларды компьютердин жардамында ишке ашыруу.

Изилдөөнүн усулдары: Максвелл теңдемелер системасы үчүн түз жана тескери маселелерди чыгаруу үчүн ченем-айрмалык усул эсептелинет, тескери маселелерди чыгарууда аны айырмалуу схемаларга айландыруу усулу деп аташат.

Ошондой эле жумушта тескери динамикалык маселелер үчүн өзгөчөлүктү бөлүп алуу усулу да колдонулган жана ал В.Г.Романовго негизделген.

Алынган жыйынтыктар жана алардын илимий жаңылыктары:

электромагниттик процесстердеги Максвелл теңдемелери менен берилүүчү түз маселелерди чыгаруунун ыкмасы келтирилген; жалгыздык теоремалары, жыйналуучулук теоремалары далилденген жана түз маселенин ченем-айырмалык чечиминин туруктуулук баасы алынган; Максвелл теңдемелери үчүн бир өлчөмдүү тескери динамикалык маселелердин катары үчүн ченем-айырмалык чечимдин шарттуу туруктуулук баасы алынган жана так чечимге жыйналуучулугу көрсөтүлгөн; электромагниттик процесстерден келип чыгуучу, бир өлчөмдүү тескери Максвелл маселелерин чечүүдө ченем-айырмалык регулярдаштырылган усул келтирилген; коюлган маселелерге сандык алгоритмдер иштелип чыккан жана компьютерде ишке ашырылган.

Колдонуу областы: Бир өлчөмдүү түз жана тескери маселелерди чыгаруудагы иштелип чыккан усул жана анын программалар топтому түрүндө математикалык камсыздалышы геоэлектрикада, электродинамикада, электромаг-ниттик талаада ж.б. практикалык маселелерди чыгарууда колдонууга болот.

RESUME

The thesis on the theme "Development of an algorithm solving of one dimensional direct and inverse problems arising in electromagnetic processes" by Matkasymova Aliyma Torozhanovna for research of candidate of physical and mathematical sciences scientific degree of a specialty 05.13.18 - "Mathematical modeling, numerical methods and complexes of programs".

Keywords: Mathematical model of electromagnetic processes, the system of Maxwell's equations, direct and inverse problems, finite difference method, numerical algorithm, graphics solutions.

Object of the research: Different formulations of inverse problems for Maxwell's equations arising in electromagnetic processes had been selected as the main object.

Purpose of the research: The thesis is devoted to the development and basis and application of numerical solution of direct problems arising in electromagnetic processes by finite difference method.

It is devoted to the research of uniqueness matters and stability of approximate solutions of direct problems, numerical solution of one dimensional inverse problem of electromagnetic phenomena that have practical importance in electrodynamics and also to the creation and their implementation by computer.

Research methods. For the solution of direct and inverse problems for Maxwell's equations, a finite-difference method and in inverse problems solution they are called as the method of finite-difference schemes for solving inverse problems. The selection method of peculiarities for inverse dynamical problems is used in this paper which was founded by V.G.Romanov.

Obtained results and scientific novelty. An approach to the solution of direct problems of electromagnetic processes describing Maxwell's equation is suggested; uniqueness theorems theorems of convergence are proved and received an estimation of stability of finite-difference direct modeling; for a series of one dimensional inverse dynamic problems for Maxwell's equations derived estimates of conditional stability of finite-difference solutions and shows the convergence to the exact solution; a finite-difference method for solving the regularized Maxwell dimensional inverse problem arising in electromagnetic processes is suggested; developed numerical algorithms and solutions are implemented on computer on set problems.

Application sphere. The developed solving one dimensional direct and inverse problems and its software (mathematical provision) as a set of programs can be used in solving practical problems of geoelectric, electrodynamics, electromagnetic fields, etc.

МАМАТКАСЫМОВА АЛИЙМА ТОРОЖАНОВНА

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССАХ

АВТОРЕФЕРАТ

Бишкек 2016

Формат 60Х84 1/16 Объем 1,5 п.л. Заказ №35 Тираж 100

Опечатано в типографии ИЦ «Текник» КГТУ им. И.Разакова, т.: 54-29-43

Кыргызская республика, г. Бишкек, ул. Сухомлинова 20.

e-mail.: beknur@mail.ru