

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ
И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ ИМ. АКАДЕМИКА Ж. ЖЕЕНБАЕВА
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Б.Н. ЕЛЬЦИНА**

Диссертационный совет Д 01.16.537

На правах рукописи
УДК 524

Бакирова Элизат Медеткановна

**МОДЕЛИ КОМПАКТНЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ
ОБЪЕКТОВ СО СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ**

Специальность 01.04.02 – Теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек – 2017

Работа выполнена в Кыргызском Национальном университете
им. Ж. Баласагына

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Фоломеев В.Н.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Урусов Р.М.

кандидат физико-математических наук,
доцент Иманалиев У.М.

Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное
предприятие «Всероссийский научно-
исследовательский институт
метрологической службы», 119361,
Россия, г. Москва, ул. Озерная, 46

Защита состоится 16 июня 2017 г. в 14-00 часов на заседании
Диссертационного совета Д01.16.537 по присуждению учёных степеней
доктора (кандидата) наук при Институте физико-технических проблем и
материаловедения им. академика Ж. Жеенбаева НАН КР и Кыргызско-
Российском Славянском университете им. Б.Н. Ельцина по адресу: 720071,
г. Бишкек, пр. Чуй, 265. Веб-сайт: www.phyzics.kg

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке
Национальной академии наук Кыргызской Республики.

Автореферат разослан «_____» _____ 2017 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., доцент



Джаманкызов Н.К.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Открытое в конце 1990-х годов ускоренное расширение современной Вселенной стимулировало поиск механизмов, способных теоретически описать такое ускорение. На этом пути, пожалуй, самыми популярными направлениями исследований являются либо введение тёмной энергии (ТЭ), либо модификация общей теории относительности А. Эйнштейна (ОТО). В рамках первого направления предполагается, что ТЭ распределена однородно и изотропно на больших космологических масштабах. Однако при этом возможна реализация ситуации, когда на относительно небольших масштабах, сравнимыми с размерами галактик или даже отдельных звёзд, ТЭ может кластеризоваться, образуя компактные астрофизические объекты.

В последние 10-12 лет в литературе появилось достаточно большое количество работ, посвящённых исследованию компактных объектов, состоящих из ТЭ. Это могут быть как конфигурации с тривиальной, так и с нетривиальной топологией пространства-времени. В последнем случае часто рассматриваются системы с топологией типа кротовой норы. Обладая специфическим распределением гравитационного поля, такие конфигурации могут обеспечивать интересные наблюдательные следствия.

Если конфигурации, образованные ТЭ, действительно существуют во Вселенной, то не исключено, что в их состав может входить и обычное вещество, из которого состоят звёзды. Как показывают исследования последних лет, образующимся при этом смешанным конфигурациям типа «ТЭ плюс обычное вещество» присущи специфические особенности, отличающие их от обычных звёзд. При этом такие смешанные системы могут обладать как тривиальной, так и нетривиальной топологией пространства-времени.

Вторым отмеченным выше направлением моделирования современного ускоренного расширения Вселенной является модификация ОТО, когда эйнштейновский гравитационный лагранжиан изменяется путём добавления новых слагаемых, содержащих различные инварианты кривизны. В рамках таких модифицированных теорий гравитации (МТГ) также возможно рассмотрение компактных астрофизических объектов. В частности, как показывают исследования последних лет [см., например, работу Асташёнок, Капозиелло, Одинцов (2013)] использование даже простейшей модифицированной $f(R)$ гравитации приводит к качественно новым результатам при моделировании нейтронных звёзд.

Диссертационная работа посвящена исследованию некоторых моделей компактных астрофизических объектов как с учётом наличия в них ТЭ, так и в рамках МТГ. **Актуальность темы диссертации** следует из вышесказанного и обусловлена необходимостью учёта возможного влияния ТЭ и модификации гравитации на физические свойства и параметры компактных сильно

гравитирующих конфигураций. При этом используются актуальные данные астрономических наблюдений, что позволяет максимально достоверно выполнять теоретическое моделирование.

Цель и задачи исследования.

Целью исследований является разработка теоретических моделей компактных астрофизических объектов на основе использования современных наблюдательных астрономических данных. При этом решались следующие основные задачи:

1. Построение модели компактной астрофизической конфигурации, состоящей из неминимально взаимодействующих скалярного поля и релятивистского вещества. Получение формы функции неминимального взаимодействия на основе данных астрономических наблюдений. Исследование влияния неминимальной связи на внутреннюю структуру и свойства компактных объектов (массы, размеры, распределение вещества).

2. Моделирование смешанных астрофизических конфигураций с нетривиальной топологией пространства-времени, состоящих из кротовой норы (создаваемой духовым скалярным полем), заполненной идеальной политропной жидкостью.

3. Моделирование дипольного магнитного поля нейтронных звёзд в рамках модифицированной $f(R)$ гравитации. Выявление влияния эффектов модификации гравитации на структуру магнитного поля.

Научная новизна полученных результатов состоит в построении новых моделей компактных астрофизических объектов, содержащих как обычное вещество, так и различные скалярные поля, наличие которых предполагается в современной Вселенной. В диссертации поставлены и решены в основном следующие задачи:

1. На основе использования данных астрономических наблюдений впервые выведена функция неминимального взаимодействия $f(\varphi)$ между космологическим скалярным полем φ и обычным/тёмным веществом.

2. Используя полученную функцию $f(\varphi)$, построена новая модель компактного астрофизического объекта, состоящего из неминимально взаимодействующих скалярного поля и релятивистского вещества. Найдены новые регулярные статические решения, исследованием стабильности которых определены области, соответствующие устойчивым конфигурациям.

3. В рамках модели смешанной конфигурации «кротовая нора плюс нейтронная жидкость» с нетривиальной топологией пространства-времени найдены новые регулярные решения, описывающие объекты с конечными размерами поверхности жидкости. Анализом динамической стабильности показана неустойчивость таких систем относительно линейных возмущений.

4. В рамках пертурбативной $f(R)$ гравитации впервые смоделирована структура дипольного магнитного поля нейтронной звезды.

Практическая значимость полученных результатов.

Диссертационная работа носит теоретический характер. Результаты выполненных исследований могут быть использованы для описания компактных астрофизических объектов, моделируемых с использованием актуальных астрономических наблюдательных данных, а также при чтении специальных курсов на физических факультетах вузов.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

1. Получение функции неминимального взаимодействия между космологическим скалярным полем и обычным/тёмным веществом на основе использования астрономических наблюдательных данных.
2. Модель статической смешанной астрофизической конфигурации, состоящей из сильно гравитирующих неминимально взаимодействующих скалярного поля и релятивистского вещества. Результаты численных исследований статических решений и анализа их устойчивости.
3. Модель смешанной астрофизической конфигурации с нетривиальной топологией пространства-времени, состоящей из обычного вещества и скалярного поля с потенциальной энергией типа Хиггса. Результаты численных расчётов для статических систем и анализа их динамической устойчивости.
4. Модель дипольного магнитного поля нейтронных звёзд в рамках модифицированной $f(R)$ гравитации в пертурбативном приближении.
5. Расчёты структуры магнитного поля нейтронных звёзд в $f(R)$ гравитации и её сравнение со структурой магнитного поля звёзд в ОТО.

Личный вклад соискателя.

Основные научные результаты получены автором лично. Научному руководителю принадлежит постановка задач и обсуждение результатов. В совместных работах соискателю принадлежит разработка моделей и теоретические исследования. Часть результатов получена совместно с сотрудниками Кыргызского Национального университета им. Ж. Баласагына и Исык-Кульского государственного университета им. К. Тыныстанова.

Апробация результатов исследований.

Результаты работы докладывались на 5-й Международной научной конференции «Физика и физическое образование: достижения и перспективы развития» (Бишкек, 2015) и семинарах в вузах Кыргызстана.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.

Основные результаты исследований опубликованы в 13 работах, из них 9 – в специализированных журналах, рекомендованных ВАК КР.

Структура и объём диссертации.

Работа состоит из введения, трёх глав, выводов, списка использованных источников из 109 наименований, содержит 103 страницы, 14 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дана общая характеристика работы, обоснована актуальность выбранной темы, сформулирована цель работы. Выделены наиболее значимые новые результаты, приведены основные положения, выносимые на защиту, а также представлены научная и практическая значимость полученных результатов.

В первой главе рассмотрена модель компактной смешанной конфигурации, состоящей из обычного вещества, неминимально связанного с космологическим скалярным полем φ .

В разделе 1.1. получено общее выражение для функции неминимального взаимодействия $f(\varphi)$. Для этого используется обобщённый лагранжиан

$$L = -\frac{c^4}{16\pi G}R + \frac{\Delta}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - V(\varphi) + f(\varphi)L_m. \quad (1)$$

Здесь φ есть действительное скалярное поле с потенциальной энергией $V(\varphi)$; $\Delta = +/ -1$ соответствует обычному/духовому скалярному полю; $L_m = p$ есть лагранжиан обычного вещества (идеальная жидкость), где p – давление вещества. Используя лагранжиан (1), соответствующий тензор энергии-импульса (ТЭИ) может быть получен в виде

$$T_i^k = f[(\varepsilon + p)u_i u^k - \delta_i^k p] + \Delta \partial_i \varphi \partial^k \varphi - \delta_i^k \left[\frac{\Delta}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \right], \quad (2)$$

где ε есть плотность энергии жидкости, u^i – её 4-скорость. Используя этот ТЭИ и работая в рамках плоской космологической модели, были получены соответствующие гравитационные уравнения Эйнштейна, уравнение для скалярного поля и закон сохранения энергии-импульса. Эти уравнения в итоге дают:

$$f^w = \frac{3(1-w)\Omega_m(z+1)^{3(1+w)}}{2 \left[-(z+1)h \frac{dh}{dz} + 3h^2 - 3\Omega_m \tilde{V} \right]}, \quad (3)$$

$$(1+z)^2 \left(\frac{d\phi}{dz} \right)^2 = 2\Delta \left[-\frac{1+w}{1-w} \left(1 - \frac{\Omega_m \tilde{V}}{h^2} \right) + \frac{2}{3(1-w)} \frac{z+1}{h} \frac{dh}{dz} \right]. \quad (4)$$

Здесь w есть параметр уравнения состояния (УС) жидкости, заполняющей Вселенную; Ω_m – доля тёмной материи, измеряемая в единицах критической плотности Вселенной; h – безразмерный параметр Хаббла; z – красное смещение; \tilde{V} и ϕ – безразмерные потенциальная энергия и скалярное поле.

Уравнения (3) и (4) задают параметрическую зависимость $f(\phi)$, форма которой определяется наблюдательными параметрами w, Ω_m и h . Для различных значений указанных параметров, используемых в литературе при моделировании ТЭ и тёмной материи, будут получаться различные формы неминимальной связи $f(\phi)$.

В простейшем случае широко используемой в литературе Λ CDM модели уравнения (3) и (4) дают следующее выражение для $f(\phi)$:

$$f^w = \frac{(1-w)\Omega_m}{2-\Omega_m} \left\{ 1 + \left[3(1+w) - \frac{5\Omega_m}{2-\Omega_m} \right] z \right\}, \quad (5)$$

где

$$z = -\frac{1}{B} \left[\left(\frac{3}{2} \frac{B}{\sqrt{|C|}} \right)^{2/3} (\phi - \phi_c)^{2/3} + A \right]. \quad (6)$$

Эти выражения получены в приближении $z \ll 1$, что соответствует рассмотрению современной эпохи. Здесь $A = \Omega_m - (1+w)$, $B = 2(1+w) - \Omega_m(1+3\Omega_m)$, $C = -2/(1-w)$, ϕ_c – константа интегрирования.

В разделе 1.2. выражения (5) и (6) использованы для моделирования компактной астрофизической конфигурации, образованной рассмотренным выше космологическим скалярным полем и обычным релятивистским веществом. Последнее моделировалось следующим политропным УС:

$$\varepsilon = \rho_g c^2 + n p, \quad p = K \rho_g^\gamma, \quad (7)$$

где K, γ есть произвольные константы, значение которых зависит от свойств рассматриваемого вещества; индекс политропы $n = 1/(\gamma - 1)$; ρ_g – плотность покоя жидкости.

Для описания геометрии исследуемой конфигурации используется сферически-симметричная метрика

$$ds^2 = e^\nu d(x^0)^2 - e^\lambda dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (8)$$

где ν и λ есть функции радиальной координаты r и временной координаты $x^0 = ct$, а $d\Omega^2$ есть метрика на единичной 2-сфере. Эта метрика применяется как при построении статических равновесных решений, так и при исследовании устойчивости получаемых систем.

В результате, гравитационные уравнения Эйнштейна с ТЭИ (2), в котором используются выражение (5) и УС (7), могут быть сведены к следующей

системе безразмерных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dv}{d\xi} = \xi^2 \left\{ f(1 + n\sigma\theta)\theta^n - \frac{1}{2} \left[1 - 2\sigma(n+1)\frac{v}{\xi} \right] \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + \tilde{V} \right\}, \quad (9)$$

$$\xi^2 \frac{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}}{1 + \sigma(n+1)\theta} \frac{d\theta}{d\xi} = \xi^3 \left[-f\sigma\theta^{n+1} + \frac{1}{2} \left[1 - 2\sigma(n+1)\frac{v}{\xi} \right] \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + \tilde{V} \right] - v, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{d\xi^2} + \left\{ \frac{2}{\xi} - \frac{\sigma(n+1)}{1 + \sigma(n+1)\theta} \left[\frac{d\theta}{d\xi} + \frac{1 + \sigma(n+1)\theta}{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}} \frac{1}{\xi} \left(\frac{dv}{d\xi} - \frac{v}{\xi} \right) \right] \right\} \frac{d\phi}{d\xi} = \\ - \left[1 - 2\sigma(n+1)\frac{v}{\xi} \right]^{-1} \left(\frac{d\tilde{V}}{d\phi} - \sigma\theta^{n+1} \frac{df}{d\phi} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь введены следующие безразмерные величины: v – текущая масса конфигурации, ξ – радиус в единицах некоторой характерной длины L , θ – плотность покоя жидкости (в единицах центральной плотности), σ – отношение центральных давления и плотности энергии покоя жидкости.

Таким образом, рассматриваемая в этой главе статическая конфигурация описывается тремя уравнениями (9)-(11), для которых выбираются следующие граничные условия в окрестности центра $\xi = 0$:

$$\theta \approx \theta_0 + \frac{\theta_2}{2} \xi^2, \quad v \approx v_3 \xi^3, \quad \phi \approx \phi_0 + \frac{\phi_2}{2} \xi^2, \quad (12)$$

где ϕ_0 соответствует центральному значению скалярного поля ϕ , θ_0 нормировано на единицу в центре, $\theta_0 \equiv \theta(\xi = 0) = 1$, параметр θ_2 произволен. Значения коэффициентов ϕ_2 и v_3 определяются соответственно из уравнений (11) и (9) как

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \sigma \left(\frac{df}{d\phi} \right)_0, \quad v_3 = \frac{1}{3} f_0 (1 + n\sigma),$$

где индекс 0 обозначает центральные значения функций.

Система уравнений (9)-(11) решалась численно совместно с граничными условиями (12). Примеры решений представлены на рис. 1 и 2 для $\Omega_m = 0, 2, 0, 3$ и различных значений w , обычно используемых в космологии. Из этих рисунков видно, что наличие неминимального взаимодействия сильно влияет на внутреннюю структуру и свойства исследуемых компактных объектов (массы, размеры, распределение вещества). В пределе малых давлений,

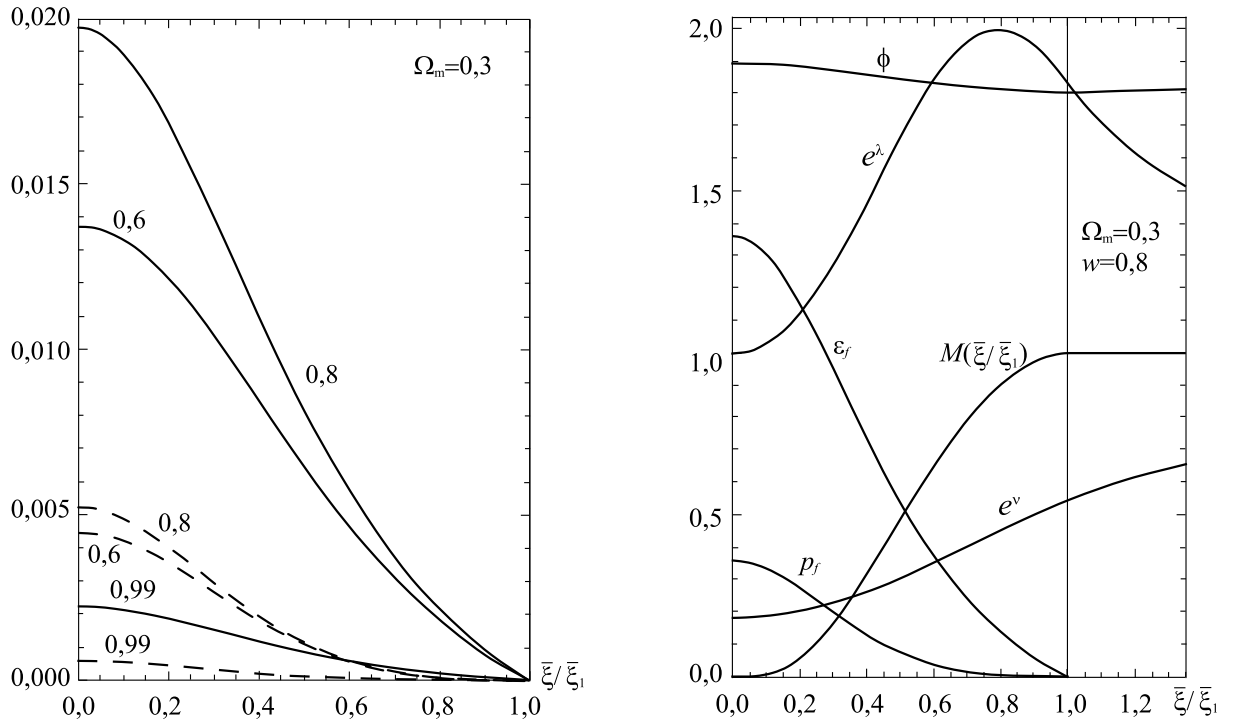


Рис. 1. На левой панели представлены распределения полной внутренней плотности энергии (сплошные кривые) и полного внутреннего давления (штриховые кривые) в единицах центральной плотности энергии для значений $w = 0,6, 0,8, 0,99$. Кривые для $w = 0,2, 0,1$ не показаны ввиду малости масштабов. На правой панели показаны плотность энергии ε_f и давление p_f жидкости, скалярное поле ϕ , метрические функции e^ν , e^λ и текущая масса M (в единицах массы системы, измеряемой на краю жидкости) как функции относительного инвариантного радиуса $\bar{\xi}/\bar{\xi}_1$ для $\Omega_m = 0,3$ и $w = 0,8$. Все кривые построены для конфигураций с максимальными массами (см. рис. 2) и выбором $n = 1$.

т.е. когда $w \ll 1$, полученные результаты согласуются с результатами работы Фоломеева (2012), где был продемонстрирован существенный рост масс и размеров компактных объектов, образованных космологическим скалярным полем. В рассмотренном в этой главе случае немалых w массы и размеры становятся уже сравнимыми с характеристиками, типичными для нейтронных звёзд. Т.е., если целью является получение характеристик компактных объектов, более или менее соответствующих общепринятым, необходимо предположить, что в рамках рассматриваемой здесь модели с неминимальным взаимодействием давление вещества, заполняющего Вселенную, должно заметно отличаться от нуля.

Также исследована устойчивость конфигураций рассматриваемого типа с использованием двух подходов: 1) анализа поведения зависимостей «масса-центральная плотность жидкости» и соотношений «масса-радиус»; 2) динамического анализа устойчивости. Первый подход показал, что в некоторых случаях (когда $w = 0,1, 0,6, 0,8, 0,9, 0,99$) полная масса смешанных конфигураций как функция центральной плотности жидкости монотонно растёт до максимума, а затем снова убывает, что также является типичным для

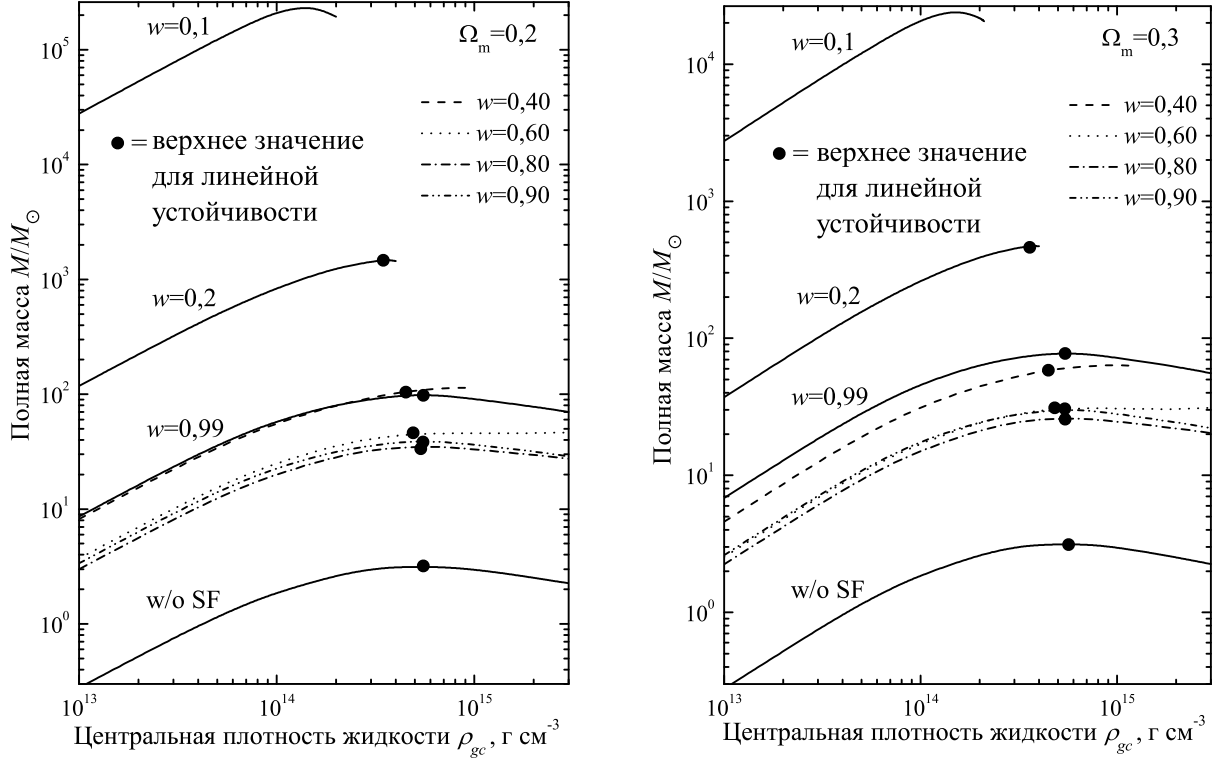


Рис. 2. Полная масса конфигураций M/M_\odot (в единицах массы Солнца) как функция центральной плотности жидкости ρ_{gc} для различных значений параметра космологического УС w и $\Omega_m = 0, 2, 0, 3$. Кривые, помеченные «w/o SF», соответствуют конфигурациям без скалярного поля. Жирные точки обозначают положение верхней границы линейной устойчивости.

обычных нейтронных звёзд. Поскольку энергия связи конфигураций, расположенных слева от максимума, остаётся всегда положительной, можно сделать вывод, что такие конфигурации устойчивы относительно распределения их вещества на бесконечность.

В свою очередь анализ динамической устойчивости показывает, что рассмотренные здесь конфигурации имеют смещённые влево или вправо (в случае $w = 0, 1$ и для всех Ω_m) от первого пика в массе точки устойчивости. Эти смещения показаны жирными точками на рис. 2, и, как показывают другие исследования в литературе [см., например, работу Фоломеева и Синглтона (2011)], являются типичными для такого типа смешанных конфигураций.

Вторая глава посвящена рассмотрению компактных смешанных конфигураций с нетривиальной топологией пространства-времени.

В разделе 2.1. выведены уравнения для статической конфигурации, образованной духовым скалярным полем φ и обычным веществом. Для этого был использован лагранжиан (1), в котором выбрано $\Delta = -1$ и $f(\varphi) = 1$ (минимальное взаимодействие). Присутствие в системе духового поля позволяет получать объекты с нетривиальной топологией пространства-времени

типа кротовой норы. Целью исследования было выявление влияния наличия такой нетривиальной топологии на свойства сферически-симметричных конфигураций типа нейтронных звёзд.

Для получения статических равновесных решений метрика выбирается в виде (8), где метрические функции ν, λ зависят только от радиальной координаты r . Обычное вещество моделируется политропным УС

$$p = k\rho^\gamma, \quad (13)$$

где k, γ есть константы.

Соответствующие гравитационные уравнения и уравнение для скалярного поля могут быть представлены в следующем безразмерном виде:

$$\xi^2 \frac{1 - 2\sigma(n+1)v/\xi}{1 + \sigma\theta} \frac{d\theta}{d\xi} = \xi^3 \left[\theta^n (1 - \sigma\theta) + 2\tilde{V} - \frac{1}{\xi^2} \frac{dv}{d\xi} \right] - v, \quad (14)$$

$$\frac{dv}{d\xi} = \xi^2 \left\{ \theta^n - \frac{1}{2} \left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right] \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + \tilde{V} \right\}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{d\xi^2} + \left\{ \frac{2}{\xi} - \frac{\sigma(n+1)}{1 + \sigma\theta} \left[\frac{d\theta}{d\xi} + \frac{1 + \sigma\theta}{1 - \frac{2\sigma(n+1)v}{\xi}} \frac{1}{\xi} \left(\frac{dv}{d\xi} - \frac{v}{\xi} \right) \right] \right\} \frac{d\phi}{d\xi} = \\ - \left[1 - 2\sigma(n+1) \frac{v}{\xi} \right]^{-1} \frac{d\tilde{V}}{d\phi}. \end{aligned} \quad (16)$$

[Физический смысл входящих сюда безразмерных переменных и параметров см. после уравнения (11).]

В разделе 2.2. эти уравнения решались численно совместно со следующими граничными условиями в окрестности центра конфигурации $\xi = \xi_0$:

$$\theta_0 \equiv \theta(\xi_0) = 1, \quad v(\xi) \approx v_0 + v_1(\xi_0)(\xi - \xi_0), \quad (17)$$

где

$$v_0 \equiv v(\xi_0) = \frac{1}{2\sigma(n+1)} \xi_0, \quad v_1 = \xi_0^2 \left[\theta_0^n (1 - \sigma\theta_0) + 2\tilde{V}_0 - \frac{v_0}{\xi_0^3} \right],$$

а \tilde{V}_0 есть значение потенциальной энергии \tilde{V} в точке $\xi = \xi_0$. В свою очередь, исходя из требования получения регулярных решений, граничное условие для скалярного поля может быть получено в виде:

$$\phi_i \approx A + B x^{1-\alpha} - \frac{\xi_0/v_1}{\sigma(n+1) - 1/2v_1} \tilde{V}'_0 x + \mathcal{O}(x^6), \quad (18)$$

где A, B есть константы интегрирования, индекс i у ϕ означает применимость этого решения лишь вблизи начального значения $\xi = \xi_0$, переменная $x = (\xi - \xi_0) \ll 1$, а \tilde{V}'_0 обозначает производную от \tilde{V} по ϕ в точке $\xi = \xi_0$.

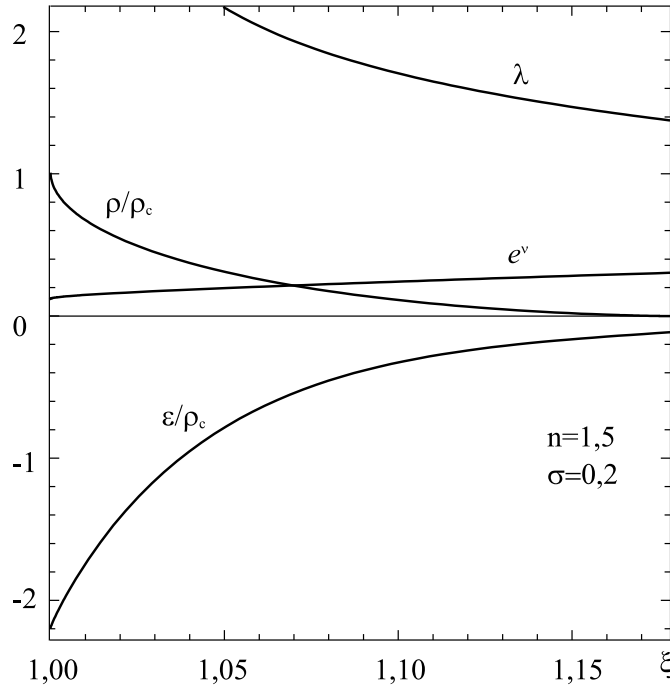


Рис. 3. Графики решений системы (14)-(16) с потенциалом (19) с $\tilde{V}(0) = 1$ и $\Lambda \approx 1,36$. Показаны графики метрических функций $g_{tt} = e^\nu$, $\log g_{rr} = \lambda$, плотности жидкости ρ и полной (жидкость плюс скалярное поле) плотности ε (в единицах центральной плотности жидкости ρ_c) для индекса политропы $n = 1,5$. Точка, где $\rho = 0$, соответствующая границе жидкости, расположена при $\xi_b \approx 1,178$. Асимптотически при $\xi \rightarrow \infty$ функции $e^\nu, e^\lambda \rightarrow 1$ (плоское пространство-время).

Уравнения (14)-(16) решались численно с граничными условиями (17) и (18). В качестве потенциальной энергии скалярного поля выбирался потенциал типа Хиггса

$$\tilde{V} = -\tilde{V}(0) (1 - \Lambda^2 \phi^2)^2, \quad (19)$$

где Λ – произвольная безразмерная константа, а $\tilde{V}(0)$ – значение потенциала в локальном минимуме при $\phi_{\min} = 0$.

Пример регулярного решения показан на рис. 3. Такое решение удаётся получить только при определённом (собственном) значении параметра Λ из потенциала (19). По мере увеличения радиальной координаты ξ плотность обычной материи $\rho = \rho_c \theta^n$ уменьшается до нуля при некотором значении $\xi = \xi_b$, которое можно рассматривать как границу обычного вещества. С точки зрения удалённого наблюдателя это будет видимая граница звезды.

В разделе 2.3. исследован вопрос о линейной устойчивости рассмотренных смешанных конфигураций. Для этого статические решения возмущались в гармоническом виде, и отслеживался знак определяющего параметра системы – квадрата собственной частоты колебаний системы. Для удобства проведения анализа устойчивости выбирались такие значения параметров системы, при которых основная масса конфигурации (более чем 99%) сконцентрирована в радиусе, соответствующем краю жидкости. В этом случае

показано, что квадрат наименьшей собственной частоты возмущений является всегда отрицательным, т.е. рассмотренные в этой главе системы типа «звезда плюс кротовая нора» неустойчивы относительно линейных возмущений. Кроме того показано, что сами по себе кротовые норы (т.е. системы без обычной материи) являются также неустойчивыми. Судя по всему, причина неустойчивости кроется именно в наличии в исследуемых смешанных конфигурациях кротовых нор. Похожая ситуация наблюдается и при рассмотрении устойчивости смешанной системы с безмассовым духовым скалярным полем [Джунушалиев, Фоломеев, Кляйхаус, Кунц (2014)].

В третьей главе смоделирована структура дипольного магнитного поля нейтронной звезды, описываемой в рамках МТГ.

В разделе 3.1. приведена постановка задачи, согласно которой рассматривается сильно замагниченная нейтронная звезда с использованием двух пертурбативных подходов: 1) Плотность энергии дипольного магнитного поля предполагается много меньшей, чем плотность энергии нейтронного вещества. Тогда осесимметричные деформации звезды, связанные с наличием дипольного поля, малы, что позволяет рассматривать их как поправки к фоновым сферически-симметричным конфигурациям. 2) В качестве фоновых конфигураций используются нейтронные звёзды, моделируемые в рамках пертурбативной $f(R)$ гравитации, когда отклонения от ОТО полагаются малыми.

Полное действие для такой системы может быть представлено в виде:

$$S = -\frac{c^4}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m + S_{\text{EM}}, \quad (20)$$

где $f(R)$ есть произвольная нелинейная функция от скалярной кривизны R , а S_m и S_{EM} – действия для вещества и электромагнитного поля соответственно. При варьировании гравитационного действия в общем случае получаются дифференциальные уравнения четвёртого порядка на метрические функции, исследование которых сопряжено с рядом известных трудностей, отмеченных в работах Дедео, Псалтис (2008) и Кунц, Дедео, Псалтис (2010). Поэтому вместо рассмотрения точной теории в диссертации использован приближённый подход, когда отклонения от ОТО могут быть параметризованы одним параметром α . В этом случае гравитационная лагранжева плотность в (20) выбирается в форме

$$f = R + \alpha h(R) + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (21)$$

где $h(R)$ есть произвольная функция от R , а $\mathcal{O}(\alpha^2)$ обозначает возможные поправки более высокого порядка по α . В свою очередь метрические функции могут быть разложены по α как

$$g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + \alpha g_{ik}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha^2),$$

где верхний индекс (0) означает, что метрическая функция получается в гравитации Эйнштейна, т.е. путём решения дифференциальных уравнений второго порядка. Тогда модифицированные гравитационные уравнения получаются варьированием действия (20) с (21) по отношению к метрике в виде

$$(1 + \alpha h_R) G_i^k - \frac{1}{2} \alpha (h - h_R R) \delta_i^k + \alpha (\delta_i^k g^{mn} - \delta_i^m g^{kn}) (h_R)_{;m;n} + \mathcal{O}(\alpha^2) = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k. \quad (22)$$

Здесь $G_i^k \equiv R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k R$ есть тензор Эйнштейна, $h_R \equiv dh/dR$, а ; обозначает ковариантную производную.

В качестве источника вещества в этих уравнениях выбирается идеальная жидкость с ТЭИ

$$T_i^k = (\varepsilon + p) u^k u_i - \delta_i^k p, \quad (23)$$

где ε и p есть плотность энергии и давление нейтронной жидкости соответственно.

В свою очередь магнитное поле в исследуемой модели создаётся 4-током $j_\mu = (0, 0, 0, j_\phi)$, для которого электромагнитный 4-потенциал A_μ имеет только ϕ -компоненту: $A_\mu = (0, 0, 0, A_\phi)$. В этом случае, учитывая ненулевые компоненты тензора электромагнитного поля $F_{r\phi} = \partial A_\phi / \partial r$ и $F_{\Theta\phi} = \partial A_\phi / \partial \Theta$, уравнения Максвелла, записанные в статической метрике (8), дают следующее эллиптическое уравнение:

$$e^{-\lambda} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{2} (\nu' - \lambda') e^{-\lambda} \frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \Theta^2} - \frac{1}{r^2} \cot \Theta \frac{\partial A_\phi}{\partial \Theta} = -\frac{1}{c} j_\phi. \quad (24)$$

Его решение ищется в виде разложения потенциала A_ϕ и тока j_ϕ следующим образом:

$$A_\phi = \sum_{l=1}^{\infty} a_l(r) \sin \Theta \frac{dP_l(\cos \Theta)}{d\Theta}, \quad j_\phi = \sum_{l=1}^{\infty} j_l(r) \sin \Theta \frac{dP_l(\cos \Theta)}{d\Theta},$$

где P_l есть полином Лежандра степени l . Подстановка этих разложений в (24) даёт

$$e^{-\lambda} a_l'' + \frac{1}{2} (\nu' - \lambda') e^{-\lambda} a_l' - \frac{l(l+1)}{r^2} a_l = -\frac{1}{c} j_l. \quad (25)$$

Решение этого уравнения ищется для заданного тока j_l , выражение для которого может быть получено из условия интегрируемости в следующей форме:

$$j = c_j r^2 (\varepsilon_0 + p_0), \quad (26)$$

где c_j есть константа интегрирования, а ε_0, p_0 есть фоновые решения для плотности энергии и давления жидкости соответственно. В диссертации рассматривается только физически наиболее интересный случай дипольного магнитного поля, для которого $l = 1$ (в уравнении (26) индекс 1 у j опущен для упрощения записи).

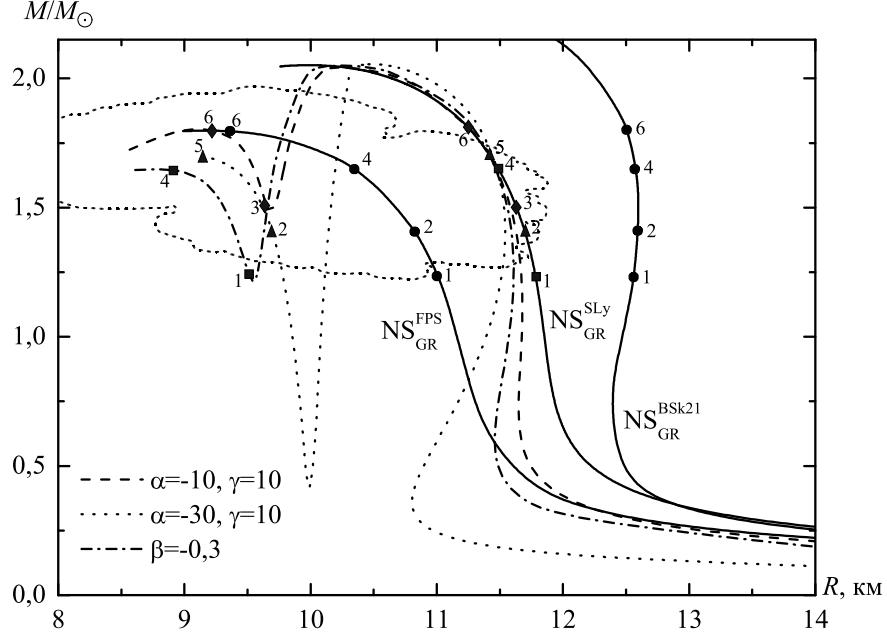


Рис. 4. Соотношения масса-радиус для нейтронных звёзд в ОТО (обозначены как $\text{NS}_{\text{GR}}^{\text{SLy}}$, $\text{NS}_{\text{GR}}^{\text{FPS}}$ и $\text{NS}_{\text{GR}}^{\text{BSk21}}$ для УС SLy, FPS и BSk21 соответственно) и в $f(R)$ моделях (27) и (28), полученные для УС SLy. Здесь и на рис. 5 значения параметра α даны в единицах 10^9 см^2 , а γ – в единицах $(r_{g\odot}/2)^2$, где $r_{g\odot}$ есть гравитационный радиус Солнца. Точечный контур показывает область наблюдательных ограничений. Числа около жирных символов соответствуют конфигурациям с одинаковыми массами, равными: для 1 – $1,24M_{\odot}$, для 2 – $1,41M_{\odot}$, для 3 – $1,50M_{\odot}$, для 4 – $1,65M_{\odot}$, для 5 – $1,70M_{\odot}$, для 6 – $1,80M_{\odot}$. Сравнение выполняется для пар конфигураций 3 и 6 [модель (27) с $\alpha = -10, \gamma = 10$], 2 и 5 [модель (27) с $\alpha = -30, \gamma = 10$], 1 и 4 [модель (28) с $\beta = -0,3$].

В разделе 3.2. уравнения (22) с (23) и (25) с (26) решались численно с заданием симметричных граничных условий в центре. При этом, используя реалистичные УС нейтронной жидкости SLy и FPS из работы Хенсели, Потехина (2004) и BSk21 из статьи Потехина, Фантины, Чамела и соавторов (2013), было выполнено моделирование для двух типов функции $h(R)$ из (21):

- Для степенного закона, когда гравитационный лагранжиан (21) выбирался в форме

$$f = R + \alpha h(R) \equiv R + \alpha R^2 (1 + \gamma R). \quad (27)$$

Значения присутствующих здесь свободных параметров γ и α ограничиваются астрономическими наблюдениями.

- Для экспоненциального закона, когда

$$f = R + \beta h(R) \equiv R + \beta R [\exp(-R/R_{\text{ch}}) - 1], \quad (28)$$

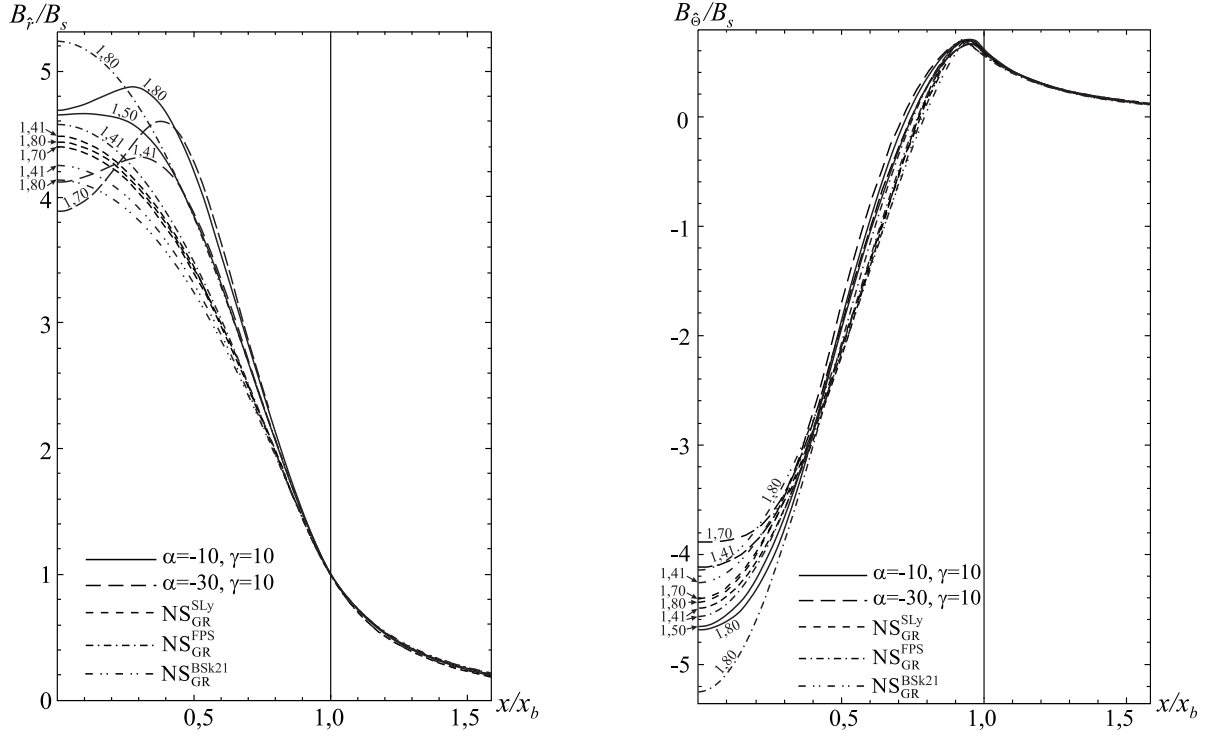


Рис. 5. Тетрадные компоненты магнитного поля B_r и B_θ (в единицах поверхностной напряжённости магнитного поля B_s на полюсе звезды) в ОТО и в $f(R)$ модели (27), рассчитанные на оси симметрии ($\Theta = 0$) и в экваториальной плоскости ($\Theta = \pi/2$) соответственно, показаны как функции относительного радиуса x/x_b (x_b – безразмерный радиус поверхности жидкости). Кривые построены для конфигураций, показанных на рис. 4 жирными символами. Тонкие вертикальные линии соответствуют границе жидкости. Числа возле кривых обозначают массы конфигураций (в единицах массы Солнца).

где R_{ch} есть некоторое характерное значение кривизны. Здесь вместо α используется безразмерный параметр β для того, чтобы отличать этот случай от случая, задаваемого уравнением (27).

Результаты численных расчётов представлены на рис. 4-6. На рис. 4 показаны соотношения масса-радиус для рассматриваемых нейтронных звёзд в рамках ОТО и МТГ. Здесь точечный контур показывает область наблюдательных ограничений, полученных в работе Озела, Баума и Гувера (2010) для трёх нейтронных звёзд. Учитывая эти ограничения, пары конфигураций (показаны жирными символами на рис. 4) выбирались таким образом, чтобы они были расположены либо в указанной области, либо очень близко к ней. Каждая из этих пар содержит системы, построенные в ОТО и в МТГ. При этом важно отметить, что в МТГ, в отличие от ОТО, имеются не одна, а две ветви устойчивых решений (см. рис. 4), причём вторая ветвь лежит при больших центральных плотностях. Это позволяет рассматривать ситуацию, когда конфигурации в каждой из пар лежат на двух различных устойчивых ветвях, имеют различные радиусы, но одинаковые массы. Для этих пар построены распределения магнитного поля по радиусу, показанные на рис. 5

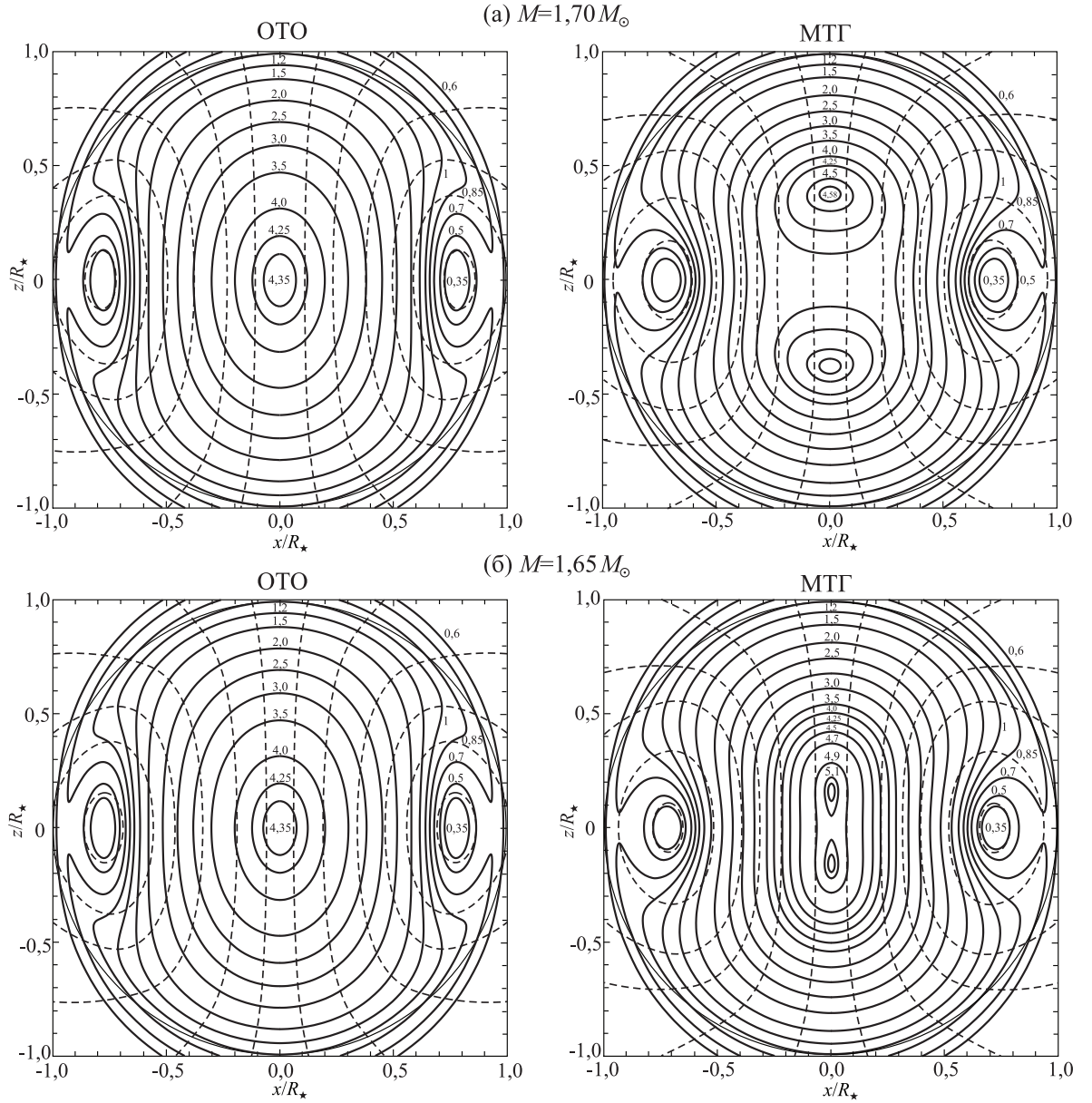


Рис. 6. Эквипотенциальные линии полной напряжённости магнитного поля B (сплошные линии) и линии магнитного поля (штриховые линии) для конфигураций 5 и 4 из рис. 4 с УС SLy. Даны графики для нейтронных звёзд в $f(R)$ модели (27) с $\alpha = -30, \gamma = 10$ [рис. (а)] и в модели (28) с $\beta = -0,3$ [рис. (б)]. Графики построены в меридиональной плоскости $\phi = \text{const}$ в координатах $x = r \sin \Theta$ и $z = r \cos \Theta$. Числа возле сплошных кривых соответствуют величине B в единицах B_s на полюсе. Круги, показанные тонкими линиями, обозначают границу нейтронной жидкости с радиусом R_* .

для модели (27). Для модели (28) получаются аналогичные распределения поля.

На рис. 5 также представлены распределения поля для звёзд, моделируемых в рамках ОТО с использованием УС FPS и BSk21. Видно, что эффекты модификации гравитации так же важны по своему влиянию на структуру магнитного поля, как и эффекты, связанные с изменениями УС при модели-

ровании магнитного поля в рамках ОТО.

На рис. 6 представлены типичные распределения силовых линий магнитного поля, показывающие качественные различия в структуре поля у нейтронных звёзд, моделируемых в рамках ОТО и МТГ: если максимальное значение напряжённости поля систем в ОТО всегда расположено в центре, то максимум поля нейтронных звёзд в МТГ смещён от центра.

В разделе 3.3. рассчитана эллиптичность рассматриваемых конфигураций, связанная с присутствием в системе осесимметричного магнитного поля. Показано, что для фиксированного значения релятивистского фактора M/R_* (M – масса звезды, R_* – её радиус) эллиптичность нейтронных звёзд в ОТО всегда больше, чем у систем в МТГ.

ВЫВОДЫ

1. На основе данных астрономических наблюдений получено общее выражение для функции неминимального взаимодействия $f(\varphi)$ между космологическим скалярным полем φ и обычным/тёмным веществом. Для безмассового скалярного поля найдено аналитическое выражение для $f(\varphi)$, использованное для моделирования смешанной конфигурации, состоящей из неминимально взаимодействующих нейтронного вещества и скалярного поля. Используя численно найденные статические решения, показано влияние неминимального взаимодействия на внутреннюю структуру и свойства рассматриваемых компактных объектов (массы, размеры, распределение вещества по радиусу). Применяя энергетический и динамический анализы устойчивости, найдены области устойчивых решений.

2. Для смешанной системы «кротовая нора плюс звезда», образованной духовым скалярным полем и политропным веществом, показано существование компактных конфигураций с нетривиальной топологией пространства-времени. При выборе потенциальной энергии скалярного поля в виде потенциала типа Хиггса найдены регулярные статические решения с конечными размерами жидкости (наблюдаемой поверхности звезды). Рассчитаны типичные размеры и массы таких конфигураций. Показана неустойчивость системы относительно линейных возмущений.

3. Исследованы равновесные конфигурации в рамках модифицированной $f(R)$ гравитации, состоящие из сильно замагниченной нейтронной жидкости, моделируемой реалистичным УС. Функция $f(R)$ выбиралась в виде степенной и экспоненциальной зависимостей, а магнитное поле моделировалось в форме осесимметричного дипольного поля. Для такой системы построены соотношения масса-радиус (в ОТО и в МТГ), удовлетворяющие наблюдательным ограничениям. Показано, что распределение внутреннего магнитного поля может существенно зависеть от формы функции $f(R)$ и значений используемых свободных параметров МТГ.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. **Бакирова, Э.М.** 4 өлчөмдүү тензор эсепке алынган учурдагы Ааламдын анизотроптуну моделдери [Текст] / Э.М. Бакирова, О.Ш. Шаршекеев // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. -2005 - №3. С. 16-18.
2. **Бакирова, Э.М.** Уравнения Эйнштейна в анизотропной однородной модели [Текст] / Э.М. Бакирова, О.Ш. Шаршекеев // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. - 2006. Т. 3. С. 108-111.
3. **Бакирова, Э.М.** Звезда с нетривиальной топологией [Текст] / Э.М. Бакирова, В.Н. Фоломеев, Р.Х. Юсупов // Наука и новые технологии. - 2014. №3. С. 34-39.
4. **Бакирова, Э.М.** Устойчивость астрофизической конфигурации с нетривиальной топологией [Текст] / Э.М. Бакирова // Наука и новые технологии. - 2014. №4. С. 30-37.
5. **Бакирова, Э.М.** Хамелеоновая космология: функция неминимального взаимодействия из наблюдательных данных [Текст] / Э.М. Бакирова, В.Н. Фоломеев // Вестник КазНУ им. аль-Фараби. - 2015. - №3(54). -С. 48-54.
6. **Бакирова, Э.М.** Хамелеоновые звёзды с релятивистским веществом [Текст] / Э.М. Бакирова // Известия вузов. -2015. - №1. -С. 3-12.
7. **Бакирова, Э.М.** Неминимально взаимодействующая темная энергия в астрофизических конфигурациях [Текст] / Э.М. Бакирова // Известия НАН КР. - 2016. - №2. -С. 6-11.
8. **Бакирова, Э.М.** Модели Вселенной Фридмана в модифицированной теории гравитации [Текст] / Э.М. Бакирова // Доклады НАН КР. - 2016. №1. С. 25-29.
9. **Бакирова, Э.М.** Автомодельный коллапс изотермической сферы [Текст] / Э.М. Бакирова // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. -2016. - №2. -С. 26-35.
10. **Bakirova, E.** Dipole magnetic field of neutron stars in $f(R)$ gravity [Текст] / E. Bakirova, V. Folomeev // General Relativity and Gravitation. -2016. -V. 48:135. -19 p.
11. **Бакирова, Э.М.** Стабильность хамелеоновых звезд с релятивистским веществом [Текст] / Э.М. Бакирова // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. -2016. - №4. -С. 5-16.
12. **Бакирова, Э.М.** О линейной неустойчивости кротовых нор, образованных двумя скалярными полями [Текст] / Э.М. Бакирова // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. - 2017. №1-3. С. 7-12.
13. **Бакирова, Э.М.** Нейтронные звезды с анизотропным веществом [Текст] / Э.М. Бакирова, Ю.М. Саламатина // Вестник Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, Мат. Физ. - 2017. №1 (38). С. 90-102.

Бакирова Элизат Медеткановнанын «Скалярдык талаалары менен тыгыз астрофизикалык объектилердин моделдери» деген темадагы 01.04.02 – теориялык физика адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидатына талап кылынган диссертациясына

РЕЗЮМЕ

Негизги сөздөр: космология, релятивисттик астрофизика, скалярдык талаалар менен статикалык чыгарылыштар, туруктуулук, тривиалдык эмес топология, кротовая нора, модификацияланган гравитациялык теориясы, нейтрондук жылдыздар, магниттик талаасы.

Изилдөөнүн объектиси: катары ар түрдүү фундаменталдуу талаалар менен түзүлгөн тыгыз астрофизикалык конфигурациялар алынды.

Изилдөөнүн максаты: Диссертациялык иштин максаты болуп тыгыз объектилердин структурасын азыркы астрономиялык байкоочу маалыматтардын негизинде теоритикалык моделдештирүү болуп саналат.

Изилдөө ыкмалары: жалпы аналитикалык жана жеке шайкеш келген сызыктуу эмес маселелердин сандык математикалык изилдөө ыкмалары колдонулду. А.Эйнштейндин жалпы салыштырмалуулук теориясы, Максвеллдин электродинамикасы, модификацияланган гравитациялык теориясы аппараттары колдонулду.

Алынган натыйжалар: Астрономиялык байкоолордун маалыматтарын колдонуунун негизинде космологиялык скалярдык талаа менен кадимки/көрүнбөгөн заттын ортосундагы минималдуу эмес өз ара кыймылдын функциясы ачылып берилди; өз ара минималдуу эмес кыймылда болгон скалярдык талаа менен релятивисттик заттардан турган тыгыз астрофизикалык конфигурациянын модели түзүлдү; аралаш астрофизикалык конфигурация менен кротовая нора тибиндеги мейкиндик-убакыттын идеалдуу политроптук суюктугу менен толтурулган тривиалдык эмес топологиясынын модели иштелип чыкты; Модификацияланган $f(R)$ гравитациясынын чегиндеги диполдук магниттик талаанын структурасы моделдештирилди.

Колдонуу чөйрөсү: Диссертациялык иш теоретикалык мүнөзгө ээ. Изилдөөнүн жыйынтыктарын астрономиялык байкоолордун маалыматтарына шайкеш келген тыгыз астрофизикалык объектилердин касиеттерин моделдештирүүдө жана ЖОЖдордун физика факультеттеринин атайын курстарын окутууда колдонсо болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Бакировой Элизат Медеткановны на тему: «Модели компактных астрофизических объектов со скалярными полями» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – Теоретическая физика

Ключевые слова: космология, релятивистская астрофизика, статические решения со скалярными полями, устойчивость, нетривиальная топология, кротовые норы, модифицированные теории гравитации, нейтронные звёзды, магнитное поле.

Объектами исследования являются компактные астрофизические конфигурации, образованные различными фундаментальными полями.

Целью работы является теоретическое моделирование структуры компактных объектов на основе использования современных астрономических наблюдательных данных.

Методы исследования. Применялись общепризнанные аналитические и численные математические методы исследований нелинейных самосогласованных задач. Использовался аппарат общей теории относительности А. Эйнштейна, электродинамики Максвелла, модифицированной теории гравитации.

Полученные результаты: на основе использования данных астрономических наблюдений выведена функция неминимального взаимодействия между космологическим скалярным полем и обычным/тёмным веществом; построена модель компактной астрофизической конфигурации, состоящей из неминимально взаимодействующих скалярного поля и релятивистского вещества; разработана модель смешанной астрофизической конфигурации с нетривиальной топологией пространства-времени типа кротовой норы, заполненной идеальной политропной жидкостью; смоделирована структура дипольного магнитного поля нейтронных звёзд в рамках модифицированной $f(R)$ гравитации.

Область применения. Диссертационная работа носит теоретический характер. Результаты исследований могут быть использованы для моделирования свойств компактных астрофизических объектов, согласующихся с данными астрономических наблюдений, а также при чтении специальных курсов на физических факультетах вузов.

ABSTRACT

of the thesis “Models of compact astrophysical objects with scalar fields” by Bakirova Elizat Medetkanovna, presented for a candidate of physical and mathematical sciences, speciality 01.04.02 – Theoretical physics

Keywords: cosmology, relativistic astrophysics, static solutions with scalar fields, stability, nontrivial topology, wormholes, modified gravity theories, neutron stars, magnetic field.

The objects of the study are compact astrophysical configurations supported by various fundamental fields.

The goal is a theoretical modeling of structure of the compact objects based on the use of the current astronomical observational data.

Research methods. The commonly accepted analytical and numerical mathematical methods of studies of nonlinear self-consistent problems have been applied. The techniques of Einstein’s general relativity, Maxwell’s electrodynamics, and modified gravity theory have been employed.

The obtained results: based on the use of astronomical observational data, the function of nonminimal interaction between a cosmological scalar field and ordinary/dark matter has been derived; the model of a compact astrophysical configuration consisting of the nonminimally interacting scalar field and relativistic matter has been constructed; the model of a mixed astrophysical configuration having a nontrivial spacetime wormhole-like topology and filled by a perfect polytropic fluid has been developed; the structure of a dipole magnetic field of a neutron star within the framework of modified $f(R)$ gravity has been modelled.

The field of application. The thesis has a theoretical character. The results of investigations can be used in modeling of compact astrophysical objects which agree with astronomical observational data, and also in giving special courses of lectures at physical departments of universities.



Подписано в печать 13.05.17.
Формат $60 \times 84^{1/16}$
Офсетная печать. Объём 1,5 п.л.
Тираж 100 экз. Заказ 161.

Отпечатано в типографии КРСУ
720048, г. Бишкек, ул. Горького, 2

