ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ РЕСУРСТАРЫ ИНСТИТУТУ

ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

К 01.19.599 ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШИ

Кол жазма укугунун негизинде
УДК: 517.956.6

Бекмаматов Замирбек Молдошович

ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ КУРАМА ЖАНА ГИПЕРБОЛАЛЫК ТИПТЕГИ ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН ЖАЛГАШТЫРУУ МАСЕЛЕЛЕРИ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2021

Диссертациялык иш Баткен мамлекеттик университетинин табигый илимдер жана математика кафедрасында аткарылган

Илимий жетекчи: **Сопуев Адахимжан,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, ОшМУнун информациялык системалар жана программалоо кафедрасынын профессору (Кыргызстан, Ош ш.)

Расмий оппоненттер: **Апаков Юсупжон Пулатович,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Наманган инженердик-курулуш институтунун жогорку математика кафедрасынын профессору (Өзбекстан, Наманган ш.)

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович, физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Илимий изилдөө медициналык-социалдык институтунун табигый-гуманитардык дисциплиналар кафедрасынын профессору (Кыргызстан, Жалал-Абад ш.)

Жетектөөчү уюм: Кыргыз-Түрк Манас университети, математика бөлүмү, 720044, Кыргызстан, Бишкек ш., Чынгыз Айтматов проспекти 56

Диссертацияны коргоо 2022-жылдын «12» январында саат 10:00до Ош мамлекеттик университетине, Кыргыз Республикасынын УИАнын Түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтуна жана Жалал-Абад мамлекеттик университетине караштуу физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн түзүлгөн К 01.19.599 диссертациялык кеңешинин жыйынында болуп өтөт. Дареги: Кыргыз Республикасы, 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, башкы корпус, 203-аудитория.

Диссертацияны коргоонун онлайн трансляциялоонун идентификациялык коду: http://vc.vak/b/k01-wvo-bll-2lm.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин борбордук китепканасынан жана диссертациялык кеңештин oshsu.kg сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2021-жылдын « 6 » декабрында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Математикалык физиканын классикалык эмес теңдемелер теориясынын маанилүү бөлүмдөрү болуп аралаш эллипстик-гиперболалык, парабола-гиперболалык жана эллипстик-параболалык типтеги теңдемелер теориясы эсептелет. Мындай теңдемелер үчүн чек аралык маселелер Ф. Трикоми, А.В. Бицадзе, М.С. Салахитдинов, Т.Д. Джураев, М.М. Смирнов, Т.Ш. Кальменов, А.М. Нахушев, В.И. Жегалов, Е.И. Моисеев, К.Б. Сабитов, А.К. Уриновдордун жана башка изилдөөчүлөрдүн эмгектеринде изилденген.

Аралаш типтеги теңдемелер теориясынын андан ары өнүгүүсү аралаш-курама типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелерди чыгарууда ишке ашкан. Теңдемелердин тартибин үчүнчү же төртүнчү тартипке жогорулатууда тип өзгөрүү сызыгында функциянын өзүнө, анын экинчи же үчүнчү тартиптеги туундулары менен кошо жалгаштыруу шарттарынын талап кылынышы далилденген. Мындай теңдемелер үчүн чек аралык маселелерди коюу жана изилдөө жаңы изилдөө методдорун талап кылды.

Аралаш аймактын бир бөлүгүндө чыныгы жана комплекстүү мүнөздөгүчтөргө ээ болгон мүнөздөгүч теңдемелүү курама типтеги теңдемелерди кароо изилдөөчүлөрдүн өзгөчө кызыгуусун туудурган. Мындай теңдемелер менен катар төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер жана алар менен байланышкан чек аралык маселелерди изилдөө илимий кызыгууларды жаратты.

Үчүнчү тартиптеги аралаш-курама типтеги

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(y u_{xx}+u_{yy}\right)=0,\ \frac{\partial}{\partial x}\left(u_{xx}+\operatorname{sgn} y\, u_{yy}\right)=0$$

көрүнүшүндөгү теңдемелер үчүн чек аралык маселелелер А.В. Бицадзе, М.С. Салахитдинов, Т.Д. Джураевдердин жана алардын окуучуларынын эмгектеринде каралган.

М.М. Смирновдун жана Л.А. Бобылёванын эмгектеринде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+sgny\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u=0$$

көрүнүшүндөгү аралаш-курама типтеги төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелелер изилденген.

Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелер Т.Д. Джураевдин жана анын окуучуларынын эмгектеринде изилденген.

Аралаш жана аралаш-курама типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелерди изилдөөнүн колдонмо маанилүүлүгү, ошондой эле алардын көптөгөн колдонулуштары М.А. Абдрахманов, Ж.А. Акилов, Г.М. Стручина, Дж.Уизем, Я.С. Уфляндардын эмгектеринде көрсөтүлгөн.

Диссертациялык жумуш тегиздиктин түрдүү аймактарындагы төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн корректүү коюлган чек аралык жана жалгаштыруу маселелерин формулировкалоого, алардын чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын изилдөөгө арналган.

Диссертациянын көлөмдүү илимий программалар (проекттер) жана негизги илимий-изилдөө иштери менен байланышы: Диссертациялык жумуш «Кыргыз Республикасынын катышуусу менен Мамлекеттер аралык максаттуу программа жана Илимий-техникалык иштер» деп аталган мамлекеттик жана илимий-техникалык иштер максаттуу программасына ылайык “Жекече туундулуу үчүнчү жана төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелер” (мамлекеттик каттоо номери №0007110, 05.02.2014-жыл), “Жекече туундулуу төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн локалдуу жана локалдуу эмес маселелер” (мамлекеттик каттоо номери №0007520, 01.01.2018-жыл) темалардагы илимий изилдөө долбоорлорунун алкагында аткарылды.

Изилдөөнүн максаты жана милдеттери.

1. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө;
2. Чечимдердин жылмакайлуулугун камсыз кылуучу функциялар классын, ошондой эле жалгаштыруу шарттарынын санынын теңдеменин тартибинен көз карандылыгын аныктоо;
3. Жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү шарттарын табуу;
4. Жекече туундулуу төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин корректүү коюлушу үчүн аймактардын өз ара жайгашуу абалдарын аныктоо.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары.

1. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин коюлушунун корректүүлүгү табылды;
2. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдерин айкын түрдө аныктоочу формулалар алынды;
3. $x = 0$ жана $y = 0$ жалгаштыруу сызыктуу төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремалары далилденди;
4. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин чечүүнүн алгоритми иштелип чыгылды.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү. Алынган жыйынтыктар бир тектүү эмес, бөлүкчө бир тектүү чөйрөлөрдө жана топтолгон факторлордо болуп жаткан кубулуштарды жана процесстерди моделдөөдө

колдонулушу мүмкүн, ошондой эле аралаш типтеги теңдемелер үчүн төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелерде жалгаштыруу теориясынын өнүгүшүнө белгилүү салым кошот.

Алынган натыйжалардын экономикалык мааниси. Чек аралык маселелерди чечүүнүн иштелип чыккан математикалык методдору төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин аналитикалык түрдө чечүүгө мүмкүндүк берет жана сандык эсептөөлөрдү алууда колдонууга болот.

Диссертациянын коргоого коюлуучу негизги жоболору.

1. Корректтүү коюлган төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин формулировкалоо;
2. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чыгарылышка ээ экендигин изилдөө;
3. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин коюлушуна аймактын конфигурациясынын таасири;
4. Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдерин алуу.

Жумуштун апробациясы. Изилдөөнүн негизги жыйынтыктары ф.-м.и.д., профессор А.Сопуев жетектеген “Жекече туундулуу теңдемелер” аттуу семинарда (2012-2021 жж, ОшМУ); КР УИАнын корреспондент-мүчөсү, ф.-м.и.д., профессор К. Алымкулов жетектеген “Математиканын актуалдуу маселелери жана анын колдонулуштары” аттуу аймактык илимий семинарда (2012-2021 жж, Ош ш.); ф.-м.и.д., профессор К.С.Алыбаев жетектеген дифференциалдык теңдемелер боюнча семинарда (2018-2021 жж., ЖАМУ, Жалал-Абад ш.); «Башкаруу теориясынын, топологиясынын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу маселелери» экинчи эл аралык илимий конференциясында (Ысык-Көл, Булан-Соготту, 2013-ж.); “Математикадагы асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик методдор” V эл аралык илимий конференциясында (Бишкек, 2016); «Башкаруу теориясынын, топологиясынын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу маселелери» үчүнчү эл аралык илимий конференциясында (Бишкек, 2017) талкууланган.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Биргеликте жасалган [5, 8] макалаларда маселенин коюлушу А. Сопуевге, [1, 2, 5] макалаларда чечимдин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теоремаларды далилдөө, келтирилген мисалдар жана алынган негизги жыйынтыктарды авторго таандык.

Диссертациянын жыйынтыгын басылмаларга чагылдыруу толуктугу. Диссертациялык жумуштун негизги мазмуну толугу менен 10 илимий макалада жана 3 эл аралык конференциялардын тезистеринде жарык көргөн. Жалпы топтогон баллы – 243.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация киришүүдөн, 11 бөлүмдөн турган 4 главадан, 49 пайдаланылган адабияттардын тизмесинен жана корутундудан турат. Бөлүмдөрдү номерлөө эки цифрадан турат: биринчиси главанын номерин, ал эми экинчиси – бөлүмдүн номерин көрсөтөт. Теоремаларды, формулаларды, маселелерди номерлөө үч цифрадан турат: биринчи цифра главанын, экинчи цифра бөлүмдүн, үчүнчү цифра бөлүмдөгү катар номерди көрсөтөт. Тексттин көлөмү 105 бет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Киришүүдө теманын актуалдуулугу негизделген, жумушка жалпы мүнөздөмө, изилдөөнүн максаты жана маселеси, илимий жаңылыгы, практикалык балуулугу, коргоого алынып чыгарылган негизги баяндамасы берилген.

“Адабияттар жана жыйынтыктар” аттуу биринчи бапта диссертациялык иштин темасы боюнча эмгектерге сереп салынган жана изилдөөдө алынган негизги жыйынтыктар келтирилген.

“Жалгаштыруу сызыгы $y=0$ болгон тик бурчтуу аймактардагы жалгаштыруу маселелери” деп аталган экинчи бапта төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу шарттары $y=0$ жана $x=0$ сызыктарында берилген учурдагы тик бурчтуу аймактардагы жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чыгарылышынын жетиштүү шарттары формулировкаланды.

2.1-бөлүмүндө

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(u_{xx}+u_{yy})=0,\ (x,y)\in D_1, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x\partial y^3}+cu=0,\ (x,y)\in D_2, \tag{2}$$

теңдемелери үчүн $A_0A_1: x=0,\quad A_1B_1: y=-h_1,\ B_1B_0: x=\ell,\quad A_0B_0: y=h,\quad (h,h_1,\ell>0)$ сызыктары менен чектелген $\bar{D}=\bar{D}_1\cup\bar{D}_2$ тик бурчтугунда жалгаштыруу маселелери каралган, мында $D_1=D\cap(y>0)$, $D_2=D\cap(y<0)$.

2.1.1-маселе. D_1 аймагында (1) теңдемени жана

$$\begin{aligned}&u(0,y)=\varphi_1(y),\ u(\ell,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,\\&u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\ u_{xx}(\ell,y)=\varphi_4(y),\ 0\le y\le h,\\&u(x,h)=\psi(x),\ 0\le x\le \ell,\end{aligned} \tag{3}$$

чек аралык шарттарды, ошондой эле D_2 аймагында (2) теңдемени жана

$$\begin{aligned}&u(0,y)=\varphi(y),\ -h_1\le y\le 0,\\&u(x,-h_1)=\psi_1(x),\ u_y(x,-h_1)=\psi_2(x),\ 0\le x\le \ell,\end{aligned} \tag{4}$$

чек аралык шарттарды канааттандырган

$$u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^3(D)\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{4+0}(D_1)\cup C^{1+3}(D_2)]$$

функциясы табылсын, мында

$\varphi(y),\ \psi(x),\ \varphi_i(y),\ \psi_j(x),\ (i=\overline{1,4},\ j=1,2)$ – төмөнкү жылмакайлуулук жана макулдашуучулук шарттарын канааттандырган берилген функциялар:

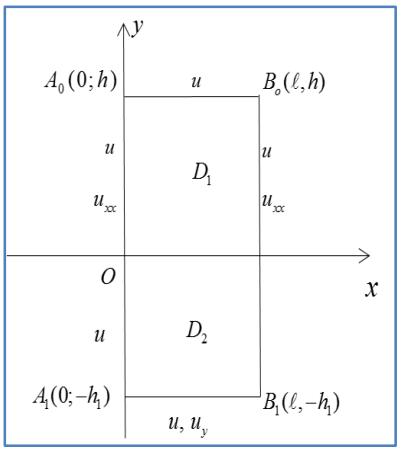
$$\varphi(y)\in C^3[-h_1,0],\ \varphi_i(y)\in C^3[0,h]\ (i=1,2),$$

$$\varphi_j(y)\in C^2[0,h]\ (j=3,4) \tag{5}$$

$$\psi(x),\ \ \psi_1(x)\in C^3[0,\ell],\ \psi_2(x)\in C^2[0,\ell],$$

$$\varphi(0)=\varphi_1(0),\ \varphi'(0)=\varphi_1'(0),\ \psi(0)=\varphi_1(h),\ \ \psi'(0)=\varphi_2(h),$$

$$\varphi(-h_1)=\psi_1(0),\ \varphi'(-h_1)=\psi_2(0). \tag{6}$$



1-чийме. 2.1.1-маселе

2.1.1-маселесинин коюлушунан, натыйжа катары, төмөнкү жалгаштыруу шарттары келип чыгат:

$$u(x,+0)=u(x,-0)=\tau(x),\ u_y(x,+0)=u_y(x,-0)=v(x),$$
$$u_{yy}(x,+0)=u_{yy}(x,-0)=\mu(x),\ \ 0\le x\le\ell, \tag{7}$$

мында $\tau(x),\ v(x),\ \mu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

2.1.1-маселесин чыгарууда аралаш жана аралаш-курама типтеги теңдемелер теориясынын методдору колдонулат. Жалгаштыруу сызыгында $\tau(x),\ v(x),\ \mu(x)$ функциялары табылгандан кийин, 2.1.1-маселеси тиешелеш түрдө D_1 жана D_2 аймактарында өз алдынча эки маселелерге ажырайт. D_1 аймагында (1) теңдеменин тартибин төмөндөтүү аркылуу 2.1.1-маселеси

$$u_{xx}+u_{yy}=z_0(x,y),\ (x,y)\in D_1, \tag{8}$$

теңдемеси үчүн Дирихленин маселесине келтирилет. Мында $z_0(x,y)$ – 2.1.1-маселесиндеги берилгендер аркылуу туюнтулуучу белгилүү функция. Маселенин коюлушун эске алуу менен жана (8) теңдемеден y ти нөлгө умтултуу аркылуу D_1 аймагынан алынган

$$\tau''(x)+\mu(x)=z_0(x,0)\ , \tag{9}$$

катышты алабыз. $\tau(0)=\varphi_1(0),\ \tau(\ell)=\varphi_2(0)$ чек аралык шарттарын пайдаланып (9) дан $\mu(x)$ аркылуу $\tau(x)$ ти төмөнкү көрүнүштө

$$\tau(x)=\alpha(x)+\int_0^{\ell}G(x,t)\mu(t)dt \tag{10}$$

аныктайбыз, мында $\alpha(x)$ – белгилүү функция, ал эми $G(x,t)$ – Гриндин функциясы.

Интегралдоо усулу аркылуу (2) теңдемеден D_2 аймагынан алынган $\tau(x)$ жана $\mu(x)$ функцияларынын ортосундагы

$$\mu(x)=\frac{2}{h_1^2}\tau(x)+\int_0^x[N_1(x,\xi)\tau(\xi)+N_2(x,\xi)\mu(\xi)]d\xi+\mu_0(x),\ 0\le x\le\ell \tag{11}$$

катышын алабыз, мында $N_1(x,\xi),\ N_2(x,\xi),\mu_o(x)$ – берилген белгилүү функциялар. Андан кийин (10) жана (11) формулалардан $\tau(x)$ функциясын таап

$$\mu(x)=\mu_0(x)+\int_0^{\ell}N(x,\xi)\mu(\xi)d\xi \tag{12}$$

көрүнүшүндөгү экинчи түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесине ээ болобуз, мында $N(x,\xi)$, $\mu_0(x)$ – 2.1.1-маселесиндеги берилгендер аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар.

Эгерде

$$\ell\cdot\max_{0\le x,\xi\le\ell}|N(x,\xi)|<1 \tag{13}$$

шарты аткарылса, анда (12) теңдеме жалгыз чечимге ээ болот. (12) ден $\mu(x)$ функциясын аныктап, андан кийин $\tau(x)$ жана $\nu(x)$ функцияларын табабыз. D_1 аймагында 2.1.1-маселесинин чечими (8) теңдеме үчүн Дирихленин маселесинин чечими катары

$$\begin{aligned}u(x,y)&=\int_0^{\ell}G_\eta(x,y;\xi,0)\tau(\xi)d\xi-\int_0^{\ell}G_\eta(x,y;\xi,h)\psi(\xi)d\xi+\int_0^{h}G_\xi(x,y;0,\eta)\varphi_1(\eta)d\eta-\\&-\int_0^{h}G_\xi(x,y;\ell,\eta)\varphi_2(\eta)d\eta-\int_0^{\ell}d\xi\int_0^{h}G(x,y;\xi,\eta)z_0(\xi,\eta)d\eta,\end{aligned} \tag{14}$$

көрүнүшүндө аныкталат, мында

$$G(x,y;\xi,\eta)=\frac{4\ell h}{\pi_2}\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=1}^{+\infty}\frac{1}{h^2n^2+\ell^2m^2}\sin\left(\frac{\pi n}{\ell}x\right)\sin\left(\frac{\pi m}{h}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\ell}\xi\right)\sin\left(\frac{\pi m}{h}\eta\right)-$$

Гриндин функциясы, ал эми D_2 аймагында (2) теңдеме үчүн Кошинин маселесинин чечими

$$\begin{aligned}u(x,y)&=\Phi(x,y)+\tau(x)+y\nu(x)+\frac{1}{2}y^2\mu(x)+\int_0^{x}H_1(x,y,\xi)\tau(\xi)d\xi+\\&+\int_0^{x}H_2(x,y,\xi)\nu(\xi)d\xi+\int_0^{x}H_3(x,y,\xi)\mu(\xi)d\xi,\end{aligned} \tag{15}$$

көрүнүшүндө аныкталат, мында

$$\Phi(x,y)=\varphi_0(y)-c\int_0^{x}d\xi\int_0^{y}\vartheta(x,y;\xi,\eta)\varphi_0(\eta)d\eta,\quad H_1(x,y,\xi)=-c\int_0^{x}\vartheta(x,y;\xi,\eta)d\eta,$$

$$H_2(x,y,\xi)=-c\int_0^{x}\vartheta(x,y;\xi,\eta)\eta\,d\eta,\quad H_3(x,y,\xi)=-\frac{c}{2}\int_0^{x}\vartheta(x,y;\xi,\eta)\eta^2d\eta;$$

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(-1)^nc^n}{n!(3n+2)!}(x-\xi)^n(y-\eta)^{3n+2}.$$

2.1.1-теорема. Эгерде (5), (6) жана (13) шарттары аткарылса, анда 2.1.1 маселесинин жалгыз чечими жашайт жана D_1 , D_2 аймактарында тиешелеш түрдө (14), (15) формулалары менен аныкталат.

2.2-бөлүмүндө каралган D аймагында

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+a_1(x,y)\frac{\partial}{\partial x}+a_2(x,y)\right)\left(\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2u}{\partial y^2}\right)=0 \tag{16}$$

жана (2) теңдемелери үчүн жалгаштыруу сызыгы $y=0$ болгон жалгаштыруу

маселеси каралган, мында $a_1(x,y), a_2(x,y)$ – берилген үзгүлтүксүз функциялар.

2.2.1-маселе. D_1 аймагында (16) теңдемени жана (3) чек аралык шарттарды, D_2 аймагында (2) теңдемени жана (4) чек аралык шарттарды канааттандырган $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^3(D) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{4+0}(D_1) \cup C^{1+3}(D_2)]$ функциясы табылсын, мында $\varphi(y), \psi(x),\ \varphi_i(y), \psi_j(x),\ (i=\overline{1,4},\ j=1,2)$ – төмөнкү

$$\begin{aligned} &\varphi(y) \in C^3[-h_1,0],\ \varphi_i(y) \in C^3[0,h]\ (i=1,2),\ \varphi_j(y) \in C^2[0,h]\ \ (j=3,4) \\ &\psi(x),\ \ \psi_1(x) \in C^3[0,\ell],\ \psi_2(x) \in C^2[0,\ell], \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} &\varphi(0)=\varphi_1(0),\ \varphi'(0)=\varphi_1'(0),\ \psi(0)=\varphi_1(h),\ \ \psi(l)=\varphi_2(h), \\ &\psi_1(0)=\varphi(-h_1),\ \varphi'(-h_1)=\psi_2(0). \end{aligned} \tag{18}$$

жылмакайлуулук жана макулдашуу шарттарын канааттандырган берилген функциялар.

2.2.1-маселесин чыгарууда Гриндин функциясынын жардамы менен D_1 аймагынан

$$\tau(x)=\alpha(x)+\int_0^{\ell} G(x,t)\mu(t)dt, \tag{19}$$

көрүнүшүндөгү $\tau(x)$ жана $\mu(x)$ функцияларынын ортосундагы катышты алабыз, мында $\alpha(x)=\varphi_1(0)+\frac{x}{\ell}[\varphi_2(0)-\varphi_1(0)]$ – берилген функциялар, $G(x,t)$ – Гриндин функциясы.

Интегралдоо методу аркылуу D_2 аймагынан келтирилген

$$\mu(x)=\frac{2}{h_1^2}\tau(x)+\int_0^x \left[N_1(x,\xi)\tau(\xi)+N_2(x,\xi)\mu(\xi)\right]d\xi+\mu_0(x),\ 0\le x\le \ell, \tag{20}$$

көрүнүштөгү экинчи катышты алабыз, мында $N_1(x,\xi),\ N_2(x,\xi),\ \mu_0(x)$ – толук аныкталган функциялар. (19) жана (20) формулаларынан $\tau(x)$ функциясын чыгарып салуу менен

$$\mu(x)=\mu_0(x)+\int_0^{\ell} N(x,\xi)\mu(\xi)d\xi, \tag{21}$$

көрүнүшүндөгү Фредгольмдун экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесине ээ болобуз, мында

$N(x,\xi)=N_3(x,\xi)+\int_0^x R_1(x,t)N_3(t,\xi)dt,\ \mu_0(x)=\alpha_1(x)+\int_0^x R_1(x,\xi)\alpha_1(\xi)d\xi,$ ал эми $N_2(x,\xi)$ функциясы $R_1(x,t)$ ядросунун резольвентасы, $\alpha_1(x)$ – белгилүү функция.

Эгерде

$$\ell\cdot\max_{0\le x\le \ell}\left|N(x,\xi)\right|<1 \tag{22}$$

шарты аткарылса, анда (21) теңдеме жалгыз чечимге ээ болот. Андан ары (21) ден $\mu(x)$ ти аныктап, анын маанисин (19) га коюп $\tau(x)$ ти табабыз.

2.2.1-теорема. Эгерде (17), (18) жана (22) шарттары аткарылсын, анда 2.2.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

2.3-бөлүмүндө $D=\{0\le x\le \ell,\ -h_1\le y\le h\}=D_1\cup D_2$ тик бурчтугунда жалгаштыруу маселеси каралган (2-чийме), мында $D_1=D\cap(y>0)$, $D_2=D\cap(y<0)$.

2.3.1-маселе. D_1 аймагында

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}+A(x,y)\frac{\partial}{\partial x}+B(x,y)\frac{\partial}{\partial y}+C(x,y)\right)\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}+q(x,y)\vartheta\right)=0 \qquad (23)$$

теңдемесин жана

$\vartheta(0,y)=\varphi_1(y),\ \vartheta(\ell,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,$

$\vartheta_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le h,$

$\vartheta(x,h)=\varphi_4(x),\ \vartheta_{yy}(x,h)=\varphi_5(x),\ 0\le x\le \ell,$

чек аралык шарттарын, ошондой эле D_2 аймагында

$$\frac{\partial^4\vartheta}{\partial x\partial y^3}+d\vartheta=0, \qquad (24)$$

теңдемесин жана

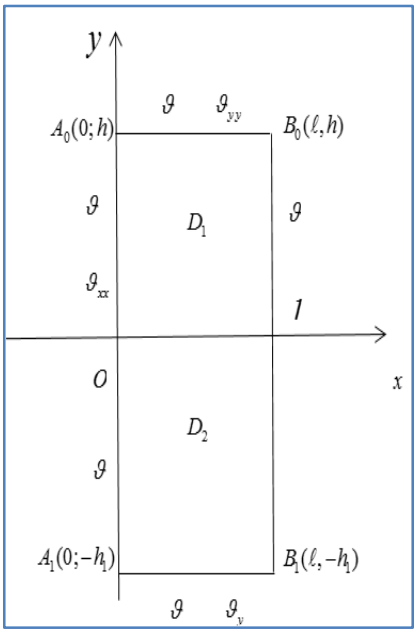
$\vartheta(0,y)=\varphi(y),\ -h_1\le y\le 0,$

$\vartheta(x,-h_1)=\psi_1(x),\ \vartheta_y(x,-h_1)=\psi_2(x),\ 0\le x\le \ell,$

чек аралык шарттарын канааттандырган

$\vartheta(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^3(D)\cap\left[C^{3+1}(D_1)\cup C^{1+3}(D_1)\cup C^{1+3}(D_2)\right]$

функциясы табылсын, мында $A(x,y), B(x,y)$ жана $C(x,y)$ функциялары тиешелеш түрдө $C^{1+1}(D_1)$ жана $C(D_1)$ класстарына таандык берилген чыныгы функциялар, $q(x,y)\in C^{1+1}(D_1);$, d – чыныгы сан, $\varphi(y),\ \varphi_k(y),\ \varphi_j(x)\ (k=1,2,3;\ j=1,2),$ $\psi_i(x)\ (i=1,2)$ – функциялары төмөнкү



2-чийме. 2.3.1-маселе

$$\varphi(y)\in C^3[-h_1,0],\ \varphi_k(y)\in C^3[0,h],\ \varphi_3(y)\in C^2[0,h],\quad (k=1,2);$$
$$\varphi_4(x)\in C^3[0,\ell],\ \varphi_5(x)\in C^2[0,\ell],\quad \psi_1(x)\in C^3[0,\ell],\quad \psi_2(x)\in C^2[0,\ell]; \qquad (25)$$

$$\varphi(0)=\varphi_1(0),\ \ \varphi_1(h)=\varphi_4(0),\ \ \varphi_3(h)=\varphi_5(0),$$
$$\varphi_2(h)=\varphi_4(l),\ \ \varphi(-h_1)=\psi_1(0),\ \ \varphi'(-h_1)=\psi_2(0),\ q(x,y)\in C(D_1),\quad q(x,y)\le 0. \qquad (26)$$

жылмакайлуулук жана макулдашуу шарттарын канааттандырган берилген чыныгы функциялар.

(23) теңдеме 2.1.1- жана 2.2.1-маселелеринде каралган теңдемелерден айырмаланып D_1 аймагында бир эселүү $x=0$ и $y=0$ чыныгы мүнөздөгүчтөргө ээ, ошондуктан $\vartheta(x,y),\ \ \vartheta_{yy}(x,y),$ функцияларынын маанилери D аймагынын жогорку бөлүгүндө берилишет. Бул жерде дагы төмөнкү жалгаштыруу шарттары аткарылат:

$$\vartheta(x,+0)=\vartheta(x,-0)=\tau(x),\ \vartheta_y(x,+0)=\vartheta_y(x,-0)=\nu(x),$$
$$\vartheta_{yy}(x,+0)=\vartheta_{yy}(x,-0)=\mu(x),$$

мында $\tau(x),\ \nu(x),\ \mu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

Жогоруда каралган маселелерге окшош эле 2.3.1-маселеси да D_1 жана D_2

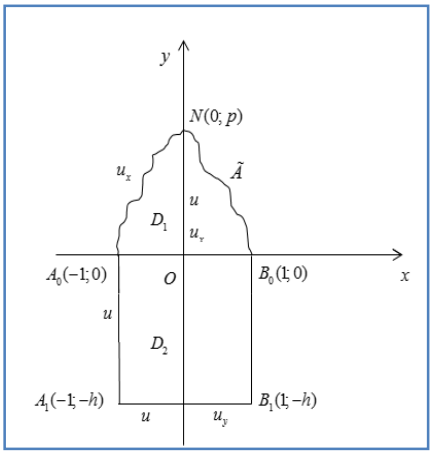
аймактарында өз алдынча эки маселеге ажырайт. Бул маселелерден $y=0$ жалгаштыруу сызыгында $\tau(x),\ \nu(x)$ жана $\mu(x)$ функцияларынын арасындагы катышты алууга болот.

Чыгарып таштоо методунун жардамында 2.3.1-маселесинин чечиминин жашашы $\mu(x)$ функциясына карата

$$\mu(x)=\int_0^x N_2(x,\xi)\mu(\xi)d\xi+\int_0^\ell N_3(x,\xi)\mu(\xi)d\xi+\alpha_1(x), \qquad (27)$$

интегралдык теңдеменин чечиминин жашашына келтирилет, мында $N_2(x,\xi)$, $N_3(x,\xi)$, $\alpha_1(x)$ – аныкталган функциялар. (27) теңдеменин Вольтеррдик бөлүгүнүн кайрылмасы аркылуу

$$\mu(x)=\mu_0(x)+\int_0^\ell N(x,\xi)\mu(\xi)d\xi. \qquad (28)$$



3-чийме. 3.1.1-маселеге

Фредгольмдун экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесин алабыз, мында

$N(x,\xi)=N_3(x,\xi)+\int_0^x Q_1(x,t)N_3(t,\xi)dt,\ \mu_0(x)=\alpha_1(x)+\int_0^x Q_1(x,t)\alpha_1(\xi)d(\xi),$ ал эми $Q_1(x,t)$ функциясы $N_2(x,\xi)$ ядросунун резольвентасы.

Эгерде

$$\ell\cdot\max_{0\le x,\xi\le l}\left|N(x,\xi)\right|<1, \qquad (29)$$

болсо, анда (28) интегралдык теңдеме жалгыз чечимге ээ болот.

Ошентип, D_1 аймагында 2.3.1-маселесинин чыгарылышы

$\vartheta_{xx}+\vartheta_{yy}+q(x,y)\vartheta=z_0(x,y),\quad (x,y)\in D_1,$ ($z_0(x,y)$ – белгилүү функция)

теңдеме үчүн Дирихленин маселесин чыгарууга, ал эми D_2 аймагында (24) теңдеме үчүн Гурсанын маселесин чыгарууга келтирилет.

2.3.1-теорема. Эгерде (25), (26) жана (29) шарттары аткарылса, анда 2.3.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

“Ийри сызыктуу аймактардагы жалгаштыруу маселелери” аттуу үчүнчү бапта төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн ийри сызыктуу аймактардагы жалгаштыруу маселелерине арналган.

$A_0(-1,0),\quad B_0(1,0),\quad N(0,p),\quad A_1(-1,-h),\quad B_1(1,-h),\quad (h,p>0)$ – аркылуу тегиздиктин чекиттерин белгилейли. Айталы $q(x):[-1,1]\to[0,p]$ – функциясы $[-1,0]$ аралыгында жетишээрлик жылма өсүүчү функция жана $q(1)=0,\ \ q(0)=p,$ болсун. $A_0N,\ NB_0:\{q(x),x:-1\le x\le 0,\ 0\le x\le 1\}$; жааларын аныктайбыз. D_1 – A_0B_0N ийри сызыктуу үч бурчтук аркылуу аныкталган аймак. D_2 – $A_0B_0B_1A_1:D=D_1\cup D_2,$ тик бурчтуу аймак.

$\Gamma=A_0N,NB_0$ (3-чийме).

3.1 бөлүмүндө төмөнкү маселе каралган.

3.1.1-маселе. D_1 аймагында

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(u_{xx}+u_{yy}+cu\right)=0, \qquad (30)$$

теңдемесин жана

$$u(0,y)=f_1(y),\ u_x(0,y)=f_2(y),\ 0\le y\le p,\ \ u_x\big|_{\Gamma}=f_3(s),$$

чек аралык шарттарын, ошондой эле D_2 аймагында (2) теңдемени жана

$u(-1,y)=\varphi(y),\ -h\le y\le 0$, $\quad u(x,-h)=\psi_1(x),\ u_y(x,-h)=\psi_2(x),\ -1\le x\le 1,$

чек аралык шарттарын канааттандырган

$u(x,y)\in C^1(\bar{D})\cap C^3(D)\cap[C^{4+0}(D_1)\cup C^{0+4}(D_1)\cup C^{1+3}(D_2)]$ функциясын табуу талап кылынат, мында $f_1, f_2, f_3, \varphi, \psi_1, \psi_2$ – төмөнкү

$$\varphi(y)\in C^3[-h,0],\ \ f_1(y)\in C^2(ON),\ \ f_2(y)\in C^1(ON),$$
$$f_3(s)\in C^2(\Gamma),\ \psi_1(x)\in C^3\left[-1,1\right]\ \psi_2(x)\in C^2\left[-1,1\right],$$
$$f_3(A)=\varphi(A),\ \ \varphi(-h)=\psi_1(-1),\ \ \varphi'(-h)=\psi_2(-1).$$

жылмакайлуулук жана макулдашуу шарттарын канааттандырган берилген функциялар, s – A_0 чекитинен эсептелүүчү Γ ийрисинин жаасынын узундугу (3-чийме); c – чыныгы сан.

Бул бөлүмдө каралып жаткан маселенин өзгөчөлүгү шарттардын D_1 аймагынын ичинде да берилгендигинде турат. 3.1.1-маселе тиешелеш түрдө D_1 жана D_2 аймактарында эки өз алдынча жардамчы маселелерге ажырайт.

D_1 аймагында маселени изилдөөдө (30) теңдеменин

$$u(x,y)=u_0(x,y)+x\lambda(y)+\omega(y),$$

көрүнүшүндөгү каалагандай регулярдуу чечиминен пайдаланабыз, мында $u_0(x,y)$ функциясы $u_{xx}+u_{yy}=0,\ (x,y)\in D_1$ теңдемесинин регулярдуу чечими, ал эми $\lambda(y)$ жана $\omega(y)$ тер $\lambda(0)=\ \omega(0)=\lambda(N)=\omega(N)=0$ шартына баш ийиши мүмкүн болгон, D_1 аймагында үзгүлтүксүз эки жолку туундуга ээ болгон каалагандай функциялар.

3.1.1-маселесинин чечиминин жашашынын далилдөөсү Γ ийриси $x^2+y^2=1,\ \ y\ge 0$ жарым айланасы менен дал келген учур үчүн келтирилген.

3.1.1-маселесинин чечилиши эквиваленттүү түрдө экинчи түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесин чыгарууга келтирилет. Андан ары, D_1 аймагында Гриндин функциясын жана D_2 аймагында Римандын функциясын колдонуп жардамчы маселелердин тиешелеш аймактардагы чечимдери алынды. 3.1.1-маселесинин бир маанилүү чечими тургузулду.

3.2-бөлүмүндөгү маселелер жалгаштыруу сызыгы $x=0$ болгон учурда каралган. $A(0,-1)$, $B(0,1)$, $N(h,0)$, $A_1(-h_1,-1)$, $B_1(-h_1,1)$, $(h,h_1=const>0)$ – аркылуу (x,y) тегиздигинин чекиттерин белгилейбиз. Айталы, $q(y):\left[-1,1\right]\to\left[0,h\right]$ – функциясы $\left[-1,0\right]$ аралыгында жетишээрлик жылма өсүүчү функция жана $q(-1)=0,\ \ q(0)=h,$ болсун. $AN:NB:\{(q(y),y):-1\le y\le 0;\ 0\le y\le 1\}$; жаасын аныктайбыз. D_1 – үч бурчтуу

аймак ABN; D_2 – тик бурчтуу аймак A_1B_1BA: $D = D_1 \cup D_2$, $\Gamma = \overline{BN} \cap \overline{NA}$ (4-чийме). D_1 аймагында

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(u_{xx} + u_{yy} + cu\right) = 0$$

теңдемесин жана

$u(x,0) = f_1(x),\ u_y(x,0) = f_2(x),\ 0 < x < h,\ u_y\big|_{\Gamma} = f_3(s),$ чек аралык шарттарын, D_2 аймагында

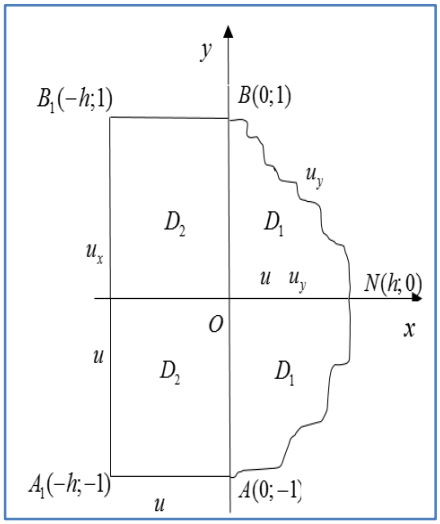
$$u_{xxxy} + a_1(x,y)u_{xxx} + a_2(x,y)u_{xxy} + b_1(x,y)u_{xx} +$$
$$+b_2(x,y)u_{xy} + c_1(x,y)u_x + c_2(x,y)u_y + d(x,y)u = 0$$

теңдемесин жана

$$u(x,-1) = \psi(x),\ -h_1 \le x \le 0,\ u(-h_1,y) = \psi_1(y),\ -1 \le y \le 1,$$
$$u_x(-h_1,y) = \psi_2(y),\ -1 \le y \le 1,$$

чек аралык шарттарын канааттандырган

$$u(x,y) \in C^1(\bar{D}) \cap C^3(D) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{0+4}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)]$$



4-чийме. 3.2.1-маселе

функциясы табылсын, мында c – берилген чыныгы сан, $c \le 0$;

$$a_k(x,y), b_k(x,y), c_k(x,y)\ (k = 1,2),\ a_{1xxx},\ a_{2xxy},\ b_{1xx},\ b_{2xy},\ c_{1xx},\ c_{2xy} \in C(\overline{D_2});$$

$f_1, f_2, f_3,\ \psi,\ \psi_1,\ \psi_2$ – төмөнкү жылмакайлуулук жана макулдашуу шарттарын канааттандырган берилген функциялар,

$$f_1 \in C^2(ON),\ f_2 \in C^1(ON),\ f_3 \in C^2(\Gamma),\ \psi \in C^3[-h_1,0],\ \psi_1 \in C^3[-1,1],\ \psi_2 \in C^2[-1,1],\ f_3(A) = \psi(A),$$

$\psi(-h_1) = \psi_1(-1),\ \psi'(-h_1) = \psi_2(-1);$ s – Γ жаасынын A чекитинен баштап эсептелген узундугу.

3.2.1-маселесин изилдөө схемасы, 3.1.1-маселесин изилдөө схемасына окшош. 3.2.1-маселесин чыгаруу $\nu(x)$, $\mu(x)$ функцияларына карата Фредгольмдун экинчи түрдөгү интегралдык теңдемелер системасына келтирилет жана чыгарып таштоо методу менен 3.2.1-маселесинин чечими табылды. Чечимдин айкын формулалары сунушталды.

3.3-бөлүмдө

$$u_{xxxx} + u_{xxyy} = 0,\ (x,y) \in D_1 = \{(x,y): x^2 + y^2 = 1,\ y > 0\} \tag{31}$$

$$u_{xyyy} + a u_{xyy} + b u_{xy} + c u_x = 0,\ (x,y) \in D_2 = \{(x,y): -1 < x < 1,\ -1 < y < 0\} \tag{32}$$

көрүнүшүндөгү теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселеси чечилген (5-чийме), мында a, b, c – берилген чыныгы сандар, $\gamma = \partial D_1 \cap (y > 0)$ – жарым айлана, $AB = \{(x,y): -1 < x < \ell,\ y = 0\}$–абсцисса огунун кесиндиси, $O(0,0)$ – координаталар башталышы, $M(0,1)$ – жарым айлананын ордината огу менен кесилишкен чекити.

3.3.1-маселе. Төмөнкү:

1) $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^3(D) \cap C^3(\overline{D_1}) \cap [C^{4+0}(D_1) \cup C^{2+2}(D_1) \cup C^{1+3}(D_2)]$;

2) D_1 аймагында (31) теңдемени жана

$$u_{xx}\big|_{\gamma} = 0,\ t \in \gamma,\ u\big|_{OM} = f_1(y),\ u_x\big|_{OM} = f_2(y),\ 0 \le y \le 1 \text{ шарттарын}$$

3) D_2 аймагында (32) теңдемени жана $u(-1,y) = \varphi(y),\ -1 \le y \le 0,\ u(x,-1) = \psi_1(x),$ $u_y(x,-1) = \psi_2(x),\ -1 \le x \le 1$ шарттарын канааттандырган $u(x,y)$ функциясын табуу

талап кылынат, мында $f_1(y)$ жана $f_2(y)$ – эки жолу үзгүлтүксүз туундуга ээ болуучу функциялар, о.э. $f_1(0)=f_2(0)=f_1(N)=f_2(N)=0$; $\varphi(y)$, $\psi_1(x)$ жана $\psi_2(x)$тер

$$\varphi(y)\in C^3[-1,0],\ \psi_1(x)\in C^3[-1,1],\ \psi_2(x)\in C^2[-1,1],\ \varphi(-1)=\psi_1(-1),\ \varphi'(-1)=\psi_2(-1) \qquad (33)$$

шарттарын канааттандырган берилген чыныгы функциялар.

Интегралдык теңдемелер методу менен 3.3.1-маселесинин бир маанилүү чечилиши далилденген. 3.3.1-маселеси үчүн төмөнкү мисалды келтиребиз.

1-мисал. $a=-3,\ b=3,\ c=-1$ болсун. Анда (32) теңдеме

$$u_{xyyy}-3u_{xyy}+3u_{xy}-u_x=0, \qquad (34)$$

көрүнүшкө келет.

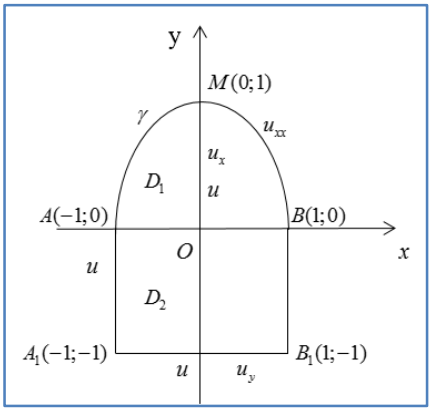
Төмөндөгү чек аралык шарттарды карайбыз:

$$u_{xx}\big|_{\gamma}=0,\ (x,y)\in\gamma, \qquad (35)$$

$$u\big|_{OM}=f_1(y)=y^2(y-1),\ 0\le y\le 1,$$
$$u_x\big|_{OM}=f_2(y)=y^2(y^2-1), \qquad (36)$$

$$u(-1,y)=\varphi(y)=y^2,\ -1\le y\le 0, \qquad (37)$$

$$u(x,-1)=\psi_1(x)=x^2,$$
$$u_y(x,-1)=\psi_2(x)=2x,\ -1\le x\le 1, \qquad (38)$$



5-чийме. 3.3.1-маселе

(31) теңдемедеги $w(x,y)$ үчүн $y>0$ болгондо $w(x,y)=u_{xx}$ белгилөөсүн киргизип

$$w(x,y)=\frac{y}{\pi}\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{(t-x)^2+y^2}-\frac{1}{(1-tx)^2+t^2y^2}\right]\tau''(t)dt, \qquad (39)$$

чечими (35) чек аралык жана $w(x,0)=\tau''(x),\ 0\le x\le \ell,$ шарттарды канааттандыра турган

$$w_{xx}+w_{yy}=0.$$

Лапластын теңдемесин алабыз. Андан ары, (39) катышты 0 дөн x ке чейин эки жолу интегралдап жана (36) чек аралык шарттарды эске алып

$$u(x,y)=\frac{y}{\pi}\int_0^x\left\{\int_0^{\sigma}\left[\left[\int_{-1}^{1}\frac{1}{(t-\rho)^2+y^2}-\frac{1}{(1-\rho t)^2+t^2y^2}\right]\tau''(t)dt\right]d\rho\right\}d\sigma+ \qquad (40)$$
$$+xy^2(y^2-1)+y^2(y-1),\ (x,y)\in D_1.$$

алабыз. (40) формуланы эки жолу x боюнча жана y боюнча эки жолу дифференцирлеп, андан кийин аларды кошуп жиберип

$$u_{xx}+u_{yy}=2(6y^2-1)x+6y-2 \qquad (41)$$

алабыз. (41) теңдемеде $y\to+0$ пределге өтүп, D_1 аймагынан алынган

$$\tau''(x)+\mu(x)=-2(x+1) \qquad (42)$$

катышка ээ болобуз.

(34) теңдеменин $u(x,0)=\tau(x),\ u_y(x,0)=\nu(x),\ u_{yy}(x,0)=\mu(x),\ 0\le x\le \ell,$ (мында $\tau(x),\nu(x),\mu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар) шарттарын канааттандыруучу чечими төмөнкү көрүнүшүндө болот.

$$u(x,y)=\left(\tau(x)(1-y+\frac{1}{2}y^2)+\nu(x)(y-y^2)+(\frac{1}{2}\mu(x)-1)y^2\right)e^y+y^2, \qquad (43)$$

(43) дөн $u(x,y)$ жана $u_y(x,y)$ тердин маанилерин (38) чек аралык шарттарга коюп тиешелеш түрдө төмөнкү катыштарды алабыз:

$$\begin{aligned}&\frac{5}{2}\tau(x)-2\nu(x)+\frac{1}{2}\mu(x)-1=(x^2-1)e,\\&\frac{1}{2}\tau(x)-\frac{1}{2}\nu(x)-\frac{1}{2}\mu(x)+1=2(xe+1).\end{aligned} \qquad (44)$$

Мындан $\nu(x)$ ти чыгарып таштап төмөнкүнү алабыз:

$$\tau(x)+5\mu(x)=2(x^2-8x-1)e\,. \qquad (45)$$

Андан ары (42) жана (45) тен $\mu(x)$ ти чыгарып таштоо менен $\tau(x)$ ке карата

$$\tau''(x)-\frac{1}{5}\tau(x)=-\frac{2}{5}(x^2-8x-1)e-2(x+1)\,, \qquad (46)$$

тендемеге ээ болобуз. (46) теңдемени $\tau(-1)=\tau(1)=0$ шарттарында чечип

$$\tau(x)=\int_{-1}^{1}G(x,t)\cdot F(t)dt\,, \qquad (47)$$

алабыз, мында $F(t)=-\frac{2}{5}(t^2-8t-1)e-2(t+1)$, ал эми

$$G_1(x,t)=\begin{cases}\sqrt{5}\cdot sh\frac{x+1}{\sqrt{5}}\cdot sh\frac{t-1}{\sqrt{5}}\Big/sh\frac{2}{\sqrt{5}}, & -1\le x\le t,\\ \sqrt{5}\cdot sh\frac{t+1}{\sqrt{5}}\cdot sh\frac{x-1}{\sqrt{5}}\Big/sh\frac{2}{\sqrt{5}}, & t\le x\le 1,\end{cases}$$ – Гриндин функциясы.

Андан ары, (47) деги $\tau(x)$ ти (45) ке коюп $\mu(x)$ ти аныктайбыз, андан кийин (44) төн $\nu(x)$, ти табабыз, ошону менен (43) формула аркылуу берилген D_2 аймагындагы 3.3.1-маселесинин чечимин алабыз.

(40) формулада интегралдоону ишке ашырып, D_1 аймагындагы 3.3.1-маселесинин чечимин

$$\begin{aligned}u(x,y)=-\frac{y}{\pi}\int_{-1}^{1}\Bigg(&(x-t)arctg\frac{t-x}{y}+\frac{y}{2}\ln\left(\frac{y^2+(t-x)^2}{t^2+y^2}\right)+\left(t-\frac{x}{y}\right)arctg\frac{t}{y}+\left(\frac{x}{t^2y}-\frac{1}{t}\right)\times\\&\times arctg\frac{1-tx}{ty}+\frac{1}{2t}\ln\left(\frac{(ty)^2+(1-tx)^2}{1+(ty)^2}\right)+\left(\frac{1}{t}-\frac{x}{t^2y}\right)arctg\frac{1}{ty}\Bigg)\tau''(t)dt+xy^2(y^2-1)+y^2(y-1).\end{aligned} \qquad (48)$$

көрүнүшүнө келтиребиз.

Натыйжада, 3.3.1-маселесинин чечими D_1 аймагында (48) формула менен, ал эми D_2 аймагында (43) формула менен берилет.

“Л**окалдуу жана локалдуу эмес жалгаштыруу маселелери**” деп аталган **төртүнчү бапта** эселүү мүнөздөгүчтүү төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелер каралган.

4.1-бөлүмүндө $AA_1: x=0,\ A_1B_1: y=h,\quad BB_1: x=\ell\ \ (\ell,h>0)$ сызыктары жана $AC: y=-x,\ BC: y=x-\ell,$ түздөрүнүн кесиндилери (мында $C(\ell/2;-\ell/2)$ – түздөрдүн кесилиш чекити) менен чектелген D аймагында, $D=D_1\cup D_2,\quad D_1=D\cap(y>0),$

$D_2 = D \cap (y < 0).$

$$u_{xxxx} + u_{xxyy} = 0, \tag{49}$$

$$u_{xxxx} - u_{xxyy} = 0 \tag{50}$$

теңдемелери үчүн жалгаштыруу маселеси изилденген.

4.1.1-маселе. D_1 аймагында (49) теңдемени жана

$$\begin{aligned} &u(0,y) = \varphi_1(y),\ u(\ell,y) = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le h, \\ &u_{xx}(0,y) = \varphi_3(y),\ u_{xx}(\ell,y) = \varphi_4(y),\ 0 \le y \le h, \\ &u(x,h) = \varphi(x),\ 0 \le x \le \ell, \end{aligned} \tag{51}$$

чек аралык шарттарын, ошондой эле D_2 аймагында (50) теңдемени жана

$$u\big|_{AC} = \psi_1(y),\ u_x\big|_{AC} = \psi_2(y),\ u_{xx}\big|_{AC} = \psi_3(y),\ -\frac{\ell}{2} \le y \le 0, \tag{52}$$

чек аралык шарттарын канааттандырган $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^3(D) \cap [C^{4+0}(D_1) \cup$ $\cup C^{2+2}(D_1) \cup C^{4+0}(D_2) \cup C^{2+2}(D_2)]$ функциясы табылсын, мында

$\varphi(x),\ \varphi_i(y),\ \psi_j(x),\ (i = \overline{1,4};\ j = \overline{1,3})$ – төмөнкү

$$\begin{aligned} &\varphi_i(y) \in C^3[0,h],\ (i = 1,2),\ \varphi_k(y) \in C^2[0,h],\ (k = 3,4), \\ &\varphi(x) \in C^3[0,\ell],\ \psi_1(y) \in C^3[-\frac{\ell}{2},0],\ \psi_2(y) \in C^2[-\frac{\ell}{2},0],\ \psi_3(y) \in C^1[-\frac{\ell}{2},0], \\ &\varphi_1(0) = \psi_1(0),\ \varphi_1'(0) = \psi_2(0),\ \varphi_3(0) = \psi_3(0),\ \varphi(0) = \varphi_1(h),\ \varphi_2(h) = \varphi(\ell). \end{aligned} \tag{53}$$

жылмакайлуулук жана макулдашуу шарттарын канааттандырган берилген функциялар.

4.1.1-маселесинин коюлушунан, натыйжа катары төмөнкү жалгаштыруу шарттары келип чыгат:

$$u(x,+0) = u(x,-0) = \tau(x),\ u_{yy}(x,+0) = u_{yy}(x,-0) = \mu(x),\ 0 \le x \le \ell,$$

мында $\tau(x)$ жана $\mu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

4.1.1-маселеси төмөнкү жардамчы маселелерге ажырайт:

4.1.2-маселе. D_1 аймагында (49) теңдемени, (51) чек аралык шарттарын жана $u(x,+0) = \tau(x),\ 0 \le x \le \ell$ шартын канааттандырган $u(x,y) \in C^2(\bar{D}_1) \cap [C^{4+0}(D_1) \cup C^{2+2}(D_1)]$ функциясы табылсын.

4.1.3-маселе. D_2 аймагында (50) теңдемени, (52) чек аралык шарттарын жана $u(x,-0) = \tau(x),\ 0 \le x \le \ell$ шартын канааттандырган $u(x,y) \in C^3(\bar{D}_2) \cap [C^{4+0}(D_2) \cup C^{2+2}(D_2)]$ функциясы табылсын.

4.1.1-маселесин чыгаруу эквивиленттүү түрдө D_1 аймагында

$$\begin{aligned} &u(0,y) = \varphi_1(y),\ u(\ell,y) = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le h, \\ &u(x,h) = \varphi(x),\ 0 \le x \le \ell,\ u(x,+0) = \tau(x),\ 0 \le x \le \ell, \end{aligned}$$

(мында $z_0(x,y)$ – толук аныкталган функция) чек аралык шарттары менен

$$u_{xx} + u_{yy} = z_0(x,y)$$

теңдемеси үчүн Дирихленин маселесин чыгарууга келтирилет.

D_2 аймагында 4.1.3-маселесинин чечими

$$u(x,y)=\Psi_1(y)+(x+y)\left(\psi_2(y)-\psi_2(0)\right)-2\int_y^0\left(x+y+2\left(y-t\right)^2\right)\psi_3(t)dt+$$
$$+\tau(x+y)+F_2(x+y)+F_2(x-y)+2y\Psi'(0)-2xy\Phi''(0),$$
көрүнүшүндө болот, мында
$$\Psi_1(y)=\psi_1(y)-\psi_1(0),\ \Psi_2(y)=\psi_2(y)-\psi_2(0),\ \tau(0)=\psi_1(0),\ \ \tau'(0)=\psi_2(0),\ \ \tau''(0)=\psi_3(0).$$
$y=0$ жалгаштыруу сызыгында $\tau(x)$ жана $\mu(x)$ функцияларын аныктоо үчүн төмөндөгү катыштарга ээ болобуз:

1) D_1 аймагынан: $\tau(0)=\varphi_1(0),\ \ \tau(\ell)=\varphi_2(0),$ чек аралык шарттары менен $\tau''(x)+\mu(x)=z_0(x,0),$
2) D_2 аймагынан: $\tau''(x)-\mu(x)=\vartheta_0(x,0),\ 0\le x\le\ell,$ мында $\vartheta_0(x,y)$ – белгилүү функция.

Мындан $\tau''(x)$ ти чыгарып таштап $\mu(x)=\frac{1}{2}(z_0(x,0)-\vartheta_0(x,0)),\ 0\le x\le\ell$ ээ болобуз. Андан ары, $\mu(x)$ ти 1) пункттагы теңдемеге коюп $\tau(x)$ ти табабыз, ошентип D_1 аймагындагы 4.1.1 маселесинин чечимин алабыз. Натыйжада, (53) шарттын аткарылышы менен 4.1.1 маселе бир маанилүү чечимге ээ экендигин алабыз.

4.2-бөлүмдө $D=\{0\le x\le\ell,\ -h_1\le y\le h\}$ аймагында
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}+A(x,y)\frac{\partial}{\partial x}+B(x,y)\frac{\partial}{\partial y}+C(x,y)\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=0,\ \ (x,y)\in D_1, \tag{54}$$
$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^3\partial y}+d\,u=0,\ \ (x,y)\in D_2, \tag{55}$$
теңдемелери үчүн жалгашуу маселеси каралат, мында $D_1=D\cap(y>0)$, $D_2=D\cap(y<0)$, d – чыныгы сан; $A,\ B,\ C$ – берилген функциялар.

4.2.1-маселе. D_1 аймагында (54) теңдемени жана
$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u(\ell,y)=\varphi_2(y),\ u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le h,$$
$$u_{yy}(x,h)=f_2(x),\ u(x,h)=f_1(x),\ 0\le x\le\ell,$$
чек аралык шарттарын, ошондой эле D_2 аймагында (55) теңдемени жана
$$u(0,y)=\psi_1(y),\ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=\psi_2(y),\ \left.\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right|_{x=0}=\psi_3(y),\ -h_1\le y\le 0$$
чек аралык шарттарын канааттандырган
$u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^3(D)\cap[C^{3+1}(D_1)\cup C^{1+3}(D_1)\cup\cup C^{3+1}(D_2)]$ фунуциясы табылсын, мында $\varphi_i(y),\ f_k(x),\ \psi_i(y)\ (i=\overline{1,3};\ k=1,2)$ төмөнкү жылмакайлуулук жана макулдашуу шарттарын канааттандырган берилген функциялар:
$$\begin{gathered}A(x,y),\ B(x,y)\in C^{1+1}(D_1),\ C(x,y)\in C(D_1),\ \varphi_i(y)\in C^3[0,h],\ (i=1,2),\\ f_1(x)\in C^3\left[0,\ell\right],\varphi_3(y)\in C^1\left[0,h\right],\ f_2(x)\in C^1\left[0,\ell\right],\ \psi_1(y)\in C^3\left[-h_1,0\right],\\ \psi_2(y)\in C^2\left[-h_1,0\right],\ \psi_3(y)\in C^1\left[-h_1,0\right];\end{gathered} \tag{56}$$
$$\begin{gathered}\varphi_1(0)=\psi_1(0),\ \varphi_1(h)=f_2(0),\ \varphi_3''(h)=f_2''(\ell),\ f_1(\ell)=\varphi_2(h),\ f_1''(\ell)=\varphi_3(h),\\ f_2(\ell)=\varphi_2''(h),\ \varphi_1''(h)=f_2(0),\ \psi_2(0)=\varphi_1'(0),\ \psi_3(0)=\varphi_1''(0).\end{gathered} \tag{57}$$
4.2.1-маселесинин коюлушуна ылайык, төмөнкү белгилөөлөрдү

киргизебиз: $u(x,+0)=u(x,-0)=\tau(x), \quad u_{yy}(x,+0)=u_{yy}(x,-0)=\mu(x), \quad 0\le x\le \ell,$

мында $\tau(x)$ жана $\mu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

4.2.1-маселесин изилдөө жогоруда колдонулган схема боюнча жүргүзүлөт, башкача айтканда $\tau(x)$ жана $\mu(x)$ функцияларынын ортосундагы катышты алабыз. Бул катыштардын негизинде маселенин тиешелүү аймактардагы чечимдерин аныктайбыз. Бул учурда

$$\begin{cases} \tau(x)+\int\limits_0^x H_0(x,-h_1;\xi)\tau(\xi)d\xi+\lambda\mu(x)=\psi(x)-\Phi(x,-h_1), \\ \tau(x)=\alpha(x)+\int\limits_0^\ell G(x,t)\mu(t)dt, \end{cases} \tag{58}$$

теңдемелер системасын алабыз, мында $G(x,t)$ - Гриндин функциясы, λ $(\lambda\ne 0)$ - берилген сан; $H_0(x,-h_1;\xi)$, $\alpha(x)$ - каралып жаткан маселедеги берилгендер аркылуу туюнтулуучу толук аныкталган функциялар.

(58) ден $\mu(x)$ ке карата $\tau(x)$ ти чыгарып таштап

$$\mu(x)=\int\limits_0^\ell N(x,\xi)\mu(\xi)d\xi+F(x), \tag{59}$$

Фредгольмдун экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесин алабыз, мында $N(x,\xi)$, $F(x)$ – берилгендер аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар.

Эгерде

$$\ell\cdot \max_{0\le x,\xi\le \ell}|N(x,\xi)|<1 \tag{60}$$

шарт аткарылса, анда (59) теңдеме жалгыз чечимге ээ болот.

$\mu(x)$ функциясын (59) теңдеменин чечими катары аныктап, анын маанисин (58) системанын экинчи теңдемесине коюп, $\tau(x)$ функциясын аныктайбыз.

4.2.1-теорема. Эгерде (56), (57) жана (60) шарттары аткарылса, анда 4.2.1 маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

4.3-бөлүмдө $D=\{0\le x\le \ell, -h_2\le y\le h_1\}$ $(h_1,h_2,\ell>0)$ тик бурчтугунда

$$u_{xxxy}+u_{xyyy}=0,\ (x,y)\in D_1=D\cap(y>0),$$
$$u_{xxyy}+a_1(x,y)u_{xxy}+a_2(x,y)u_{xyy}+b_1(x,y)u_{xx}+b_2(x,y)u_{xy}+$$
$$+b_3(x,y)u_{yy}+c_1(x,y)u_x+c_2(x,y)u_y+\mathrm{d}(x,y)u=0,\ (x,y)\in D_2=D\cap(y<0),$$

теңдемелерин,

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u(\ell,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h_1;\ u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\ u_{xx}(\ell,y)=$$
$$\varphi_4(y),\ 0\le y\le h_1;\quad u(x,h_1)=\varphi_5(x),\ 0\le x\le \ell,$$
$$u(0,y)=\psi_1(y),\ u_x(0,y)=\psi_2(y),\ -h_2\le y\le 0,\ u(x,-h_2)=\varphi(x),\ 0\le x\le \ell$$

чек аралык шарттарын жана

$$a_i,b_j,c_i,\mathrm{d}\in C(\overline{D_2});\ a_{1xxy},a_{2xyy},b_{1xx},b_{2xy},b_{3yy},c_{1x},c_{2y}\in C(\overline{D_2}),\ \psi_1(y)\in C^2[-h_2,0],$$
$$\varphi_i(y)\in C^3[0,h_1],\ (i=1,2),\ \varphi_j(y)\in C^2[0,h_1]\ (j=3,4),\ \varphi_5(x),\ \varphi(x)\in C^3[0,\ell],$$
$$\psi_2(y)\in C^2[-h_2,0],\ \varphi_1(0)=\psi_1(0),\ \psi_1(-h_2)=\varphi(0),\ \varphi'(0)=\psi_2(-h_2),$$

$$\varphi_1(h_1)=\varphi_5(0),\ \varphi_5(\ell)=\varphi_2(h_2),\ \varphi_1'(0)=\psi_1'(0),\ \tau(0)=\psi_1(0),\ \tau'(0)=\psi_2(0),$$
$$\nu(0)=\varphi_1'(0)=\psi_1'(0),\ \nu'(0)=\psi_2'(0),\ \tau''(0)=\varphi_3(0),\ \nu''(0)=\varphi_3'(0). \qquad (61)$$

шарттарын канааттандыруучу $u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^3(D)\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{4+0}(D_1)\cup C^{2+2}(D_2)]$ функциясын табуу талап кылынган **4.3.1-маселеси** каралган.

Интегралдык теңдемелер методу менен 4.3.1-маселесинин чечилиши Фредгольмдун төмөнкү интегралдык теңдемесинин чечимин табууга келтирилет:

$$\mu(\xi)+\int_0^{\ell}K(x,\xi)\mu(\xi)d\xi=\Phi_2(x),$$

мында $K(x,\xi)$ ядросу жана $\Phi_2(x)$ функциясы белгилүү, бул теңдеме

$$\ell\cdot\max_{0\le x,\xi\le\ell}\left|K(x,\xi)\right|<1 \qquad (62)$$

шарты аткарылганда жалгыз чечимге ээ болот.

4.3.1-теорема. Эгерде (61) жана (62) шарттары аткарылса, анда 4.3.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

КОРУТУНДУ

Диссертациялык иште турактуу жана өзгөрүлмөлүү кенже коэффициенттүү төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечимге ээ болушу далилденди жана формулировкаланды.

Изилдөөнүн жүрүшүндө каралган маселелердин корректүүлүгү үчүн теңдеменин тартиби төрткө барабар болгон учурда кадимки эки жалгаштыруу шарттарынын ордуна үч жалгаштыруу шарттары талап кылынаары жана жалгаштыруу шарттары характеристикалык эмес сызыкта берилиши керек экендиги аныкталды. Жалгаштыруу сызыгында локалдуу эмес интегралдык шарттар, ошондой эле үзгүлтүктүү жалгаштыруу шарттары берилген айрым учурлар да каралды.

Бул иште жалгаштыруу маселелери чек аралык шарттар каралып жаткан аймактын ийри сызыктуу бөлүктөрүндө же аймактын бүткүл чек арасында берилген учурда каралды. Маселени чечүүдө Гриндин, Римандын функциялары, интегралдык теңдемелерге жана алардын системаларына келтирүү, кысып чагылтуу принциби жана удаалаш жакындаштыруу методдору колдонулду.

Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин изилдөөдөн алынган жыйынтыктар жогорку тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн чек аралык маселелер теориясын өркүндөтүү үчүн, ошондой эле бир тектүү эмес, бөлүкчө бир тектүү чөйрөлөрдө болуп өтүүчү кубулуштарды жана процесстерди, топтолгон факторлорду моделдөөдө колдонулушу мүмкүн.

ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Бекмаматов, З.М.** Задача сопряжения для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка [Текст] / С. Бабаев, З.М. Бекмаматов // Вестник ОшГУ. – III выпуск. – Ош, 2012 г. – С. 61-66.
2. **Бекмаматов, З.М**. Об одной нелокальной задаче для уравнения составного и гиперболического типов четвёртого порядка [Текст] / С. Бабаев, З.М. Бекмаматов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2017. – № 5. – С.105-109.
3. **Бекмаматов, З.М.** Задача сопряжения для уравнения составного и гиперболического типов четвертого порядка с младшими членами [Текст] / З.М. Бекмаматов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2019. – № 12. – С. 27-34.
4. **Бекмаматов, З.М.** Задача сопряжения для уравнения составного и гиперболического типов четвертого порядка с линией изменения типа $x=0$ [Текст] / З.М. Бекмаматов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2019. – № 12. – С. 40-48.
5. **Bekmamatov, Z.M.** Revisiting the Mixed Problem for Equations of Compound and Hyperbolic Types of Order Four [Text] / A. Sopuev, S. Babaev, Z.M. Bekmamatov // Revisiting the mixed problem for equations of compound end hyperbolic types of order four // Growth poles of the global economy: emergence, changes and future perspectives. Lecture notes in networks and system. – 2020. – 73, V.1. – P. 725-736.
6. **Бекмаматов, З.М.** Краевая задача для уравнения составного и гиперболического типов четвертого порядка с кратными характеристиками [Текст] / З.М. Бекмаматов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2020. –№ 1. – С. 17-21.
7. **Бекмаматов, З.М.** О задаче сопряжения для уравнений смешанно-составного типа четвертого порядка на плоскости [Текст] / З.М. Бекмаматов // Вестник ОшГУ: Математика, физика, техника. – Ош, 2021. – № 1. – С. 39-47.
8. **Бекмаматов, З.М.** Краевые задачи для уравнения смешанно-составного типа четвертого порядка, содержащий эллиптико-гиперболический оператор [Текст] / А. Сопуев, З.М. Бекмаматов // Вестник ОшГУ: Математика, физика, техника. – Ош, 2021. – № 1. – С. 106-113.
9. **Бекмаматов, З.М.** О задаче сопряжения для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка с двумя независимыми переменными [Текст]/ З.М. Бекмаматов // Евразийское научное объединение. – Москва, 2021. – №4 (74). – С. 9-13.
10. **Бекмаматов, З.М.** Краевые задачи для уравнения составного и гиперболического типов четвертого порядка на плоскости [Текст]/ З.М. Бекмаматов // Евразийское научное объединение. – М., 2021. №5 (75). – С. 4-8.

Бекмаматов Замирбек Молдошовичтин “Төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери” деген темада 01.01.02 – дифференциялык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: чек аралык маселе, чек аралык шарттар, жалгаштыруу маселелери, курама жана гиперболалык теңдемелер, Гриндин жана Римандын функциялары, интегралдык теңдеме, чечимдин жалгыздыгы, чечимдин жашашы.

Изилдөөнүн объектиси: төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык жана жалгаштыруу маселелери.

Изилдөөнүн предмети: төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык жана жалгаштыруу маселелеринин корректтүүлүгү.

Изилдөөнүн максаты: курама жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык жана жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечимге ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын аныктоо.

Изилдөө методдору: математикалык физиканын теңдемелери, аралаш типтеги теңдемелер, функционалдык анализ жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер теорияларынын методдору, Гриндин жана Римандын функциялары колдонулат.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

- төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн корректтүү коюлган чек аралык жана жалгаштыруу маселелери баяндалган;
- төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жеткиликтүү шарттары табылган;
- төртүнчү тартиптеги курама жана гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин бир маанилүү чечилиши далилденген;
- төртүнчү тартиптеги гиперболалык теңдемелер үчүн Риман функциясы тургузулган жана анын касиеттери изилденген.

Алынган теориялык жыйынтыктар аралаш типтеги теңдемелер жана төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелер теориясындагы жаңы жыйынтыктар болуп эсептелет.

Изилдөөнүн практикалык маанилүүлүгү. Маселерди чечүүнүн иштеп чыгылган алгоритми жалгаштыруу маселелери менен байланышкан практикалык маселелерди чечүүдө колдонсо болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Бекмаматова Замирбека Молдошовича на тему: “Задачи сопряжения для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: краевые задачи, граничные условия, задачи сопряжения, составные и гиперболические уравнения, функции Грина и Римана, интегральное уравнение, единственность решения, существование решения.

Объект исследования: краевые задачи и задачи сопряжения для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка.

Предмет исследования: корректность задачи сопряжений для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка.

Цель исследования: установление достаточных условий однозначной разрешимости задачи сопряжений для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка.

Методы исследования: используются методы теории уравнений математической физики, уравнений смешанного типа, функционального анализа и теории нелинейных интегральных уравнений, функции Грина и Римана.

Научная новизна и теоретическая значимость исследования:

- сформулированы корректные постановки краевых задач и задачи сопряжений для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка;
- найдены достаточные условия существования и единственности решений краевых задач для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка;
- доказаны однозначной разрешимости краевых задач для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка;
- построены функции Римана для уравнений гиперболического типа четвертого порядка и изучены его свойства.

Полученные теоретические результаты являются новыми в теории уравнений смешанного типа и задачи сопряжений для уравнений в частных производных четвертого порядка.

Практическая значимость полученных результатов. Разработанный алгоритм построения решения могут быть использованы в приложениях при решении практических задач, связанных с задачами сопряжения.

SUMMARY

dissertation "Conjugation problems for equations of composite and hyperbolic types of the fourth order" of Bekmamatov Zamirbek Moldoshovich is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: boundary value problems, boundary conditions, conjugation problems, composite and hyperbolic equations, Green and Riemann functions, integral equation, uniqueness of a solution, existence of a solution.

Object of research: boundary value problems and conjugation problems for equations of composite and hyperbolic types of the fourth order.

Subject of research: correctness of the conjugation problem for fourth-order equations of composite and hyperbolic types.

Purpose of the study: to establish sufficient conditions for the unique solvability of the conjugation problem for equations of composite and hyperbolic types of the fourth order.

Research methods: the research used the methods of the theory of equations of mathematical physics, equations of mixed type, functional analysis and the theory of nonlinear integral equations, Green's and Riemann's functions.

Scientific novelty and theoretical significance of the research:

• formulated correct statements of boundary value problems and conjugation problems for equations of composite and hyperbolic types of the fourth order;

• sufficient conditions for the existence and uniqueness of solutions of boundary value problems for equations of composite and hyperbolic types of the fourth order are found;

• unique solvability of boundary value problems for equations of composite and hyperbolic types of the fourth order was established;

• the Riemann functions are constructed for the fourth order hyperbolic equation.

The obtained theoretical results are new in the theory of mixed-type equations and the conjugation problem for fourth-order partial differential equations.

The practical significance of the study. The developed algorithm for constructing a solution can be used in applications for solving practical problems related to conjugation problems.